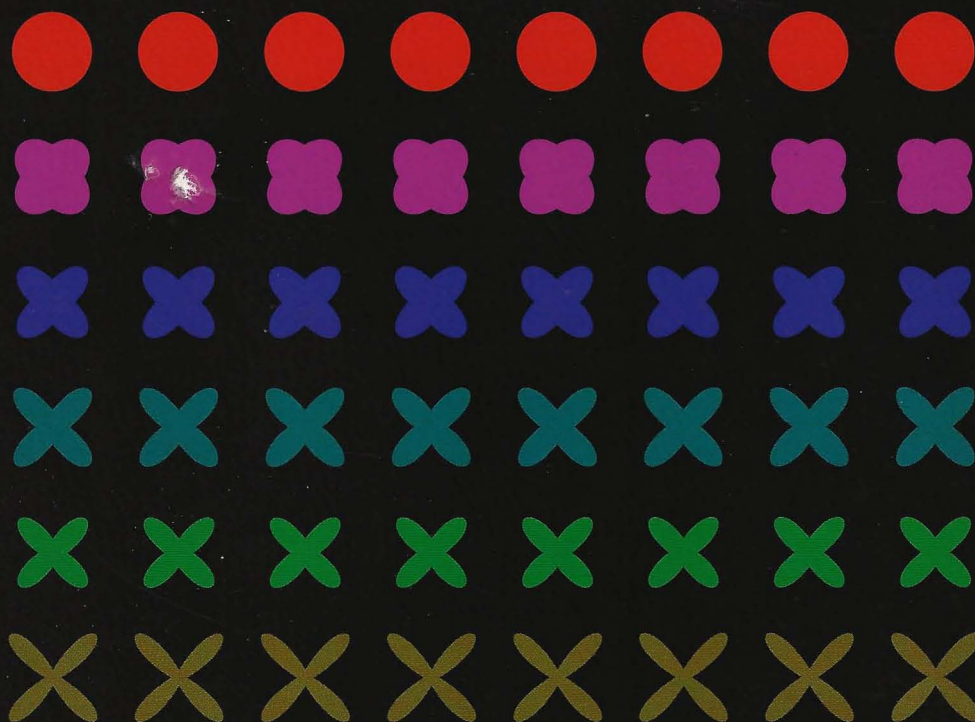


IUNA

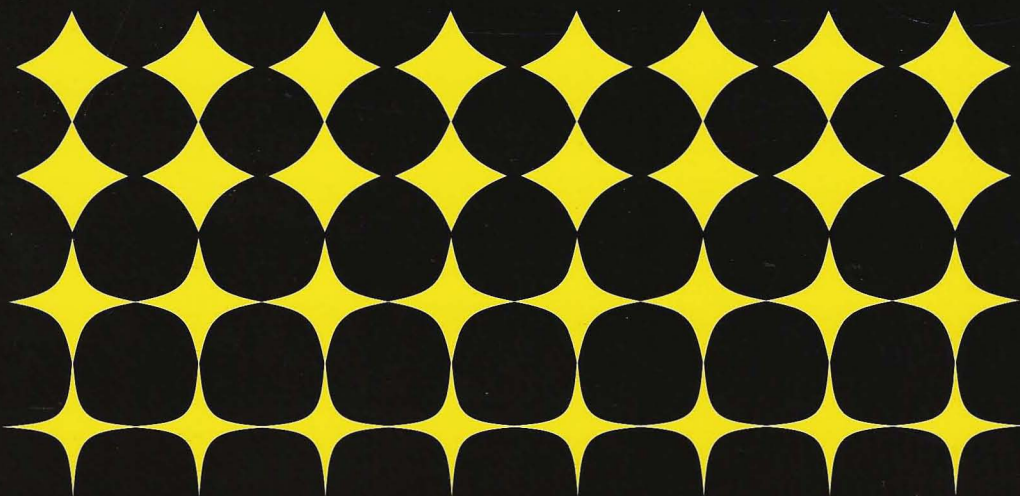
Instituto Universitario
Nacional del Arte

RIM

revista de investigación multimedia
año 3. número 3. marzo de 2011



3



Composición asistida en entorno PD

Pablo Cetta y Pablo Di Liscia

Palabras claves

Música, composición, matrices combinatorias

Resumen

El presente escrito resume diversas técnicas de composición musical centradas en la utilización de conjuntos de grados cromáticos y matrices combinatorias, y da cuenta de las aplicaciones informáticas especialmente desarrolladas para el tratamiento de estas técnicas. Se presenta aquí el punto de partida para el diseño y la implementación de interfaces que faciliten el uso de los programas mencionados, y conformen una plataforma eficaz destinada a la composición asistida.

1. Introducción

El segundo campo de aplicación elegido para el desarrollo de interfaces destinadas a la composición e interpretación de la música es el de las denominadas *matrices combinatorias*. Este tema ha sido previamente desarrollado por el Dr. Pablo Cetta y el Dr. Pablo Di Liscia en el marco de los Proyectos de Investigación “Desarrollo de aplicaciones informáticas para la organización de la altura temperada en la composición y análisis musical” (Área de Artes Multimediales, IUNA, 2007-2008) y “Formalización de procesos compositivos y desarrollo de aplicaciones informáticas para análisis y composición musical” (Facultad de Artes y Ciencias Musicales, UCA., 2007-2009).

Según expresáramos en el libro “*Elementos de Contrapunto atonal*”, gran parte de la producción musical de la música occidental descansa en la organización de la altura en base al sistema temperado. Durante los siglos XVII, XVIII y XIX, se desarrollaron simultáneamente tanto la música tonal como su teoría. A partir de la llamada “Música del siglo XX”, o “Música Contemporánea”, comienza un proceso de disolución gradual del Sistema Tonal en el que se destacan tres tendencias:

1. La persistencia del sistema tonal de manera “extendida”, o de sistemas análogos sobre base

de otras escalas o modos, o el uso particular de estos –politonalidad, bitonalidad, etc.–, se encuentra en determinadas composiciones de Claude Debussy, Bela Bartók, Sergei Prokofiev, Igor Stravinsky, Alexander Scriabin, entre otros.

2. La organización serial dodecafónica de la altura temperada, diseñada por los compositores de la Escuela de Viena (Arnold Schönberg, Anton Webern y Alban Berg), aproximadamente a partir de 1920 y continuada luego por compositores europeos y estadounidenses. La posterior derivación de ésta fue el serialismo integral, tendencia encabezada por compositores como Karlheinz Stockhausen, Pierre Boulez, Luigi Nono, Luciano Berio y Milton Babbitt, entre otros.

3. La organización “no serial” de la altura temperada que, sin embargo, no es tonal (o tonal-extendida, como el caso de la tendencia que mencionamos en el punto 1) ni serial y que se suele denominar “atonalismo libre”. Esta se detecta en las primeras composiciones atonales de los compositores de la Escuela de Viena, aunque también en las obras de Edgar Varèse, Charles Ives e Igor Stravinsky, entre otros.

Ya que la primera y la segunda de las tendencias mencionadas se basan en conceptos teóricos totalmente –o casi totalmente desarrollados, surgió la necesidad de diseñar un sistema teórico para la música Atonal no serial. Si bien no puede negarse que su fuente de inspiración la constituye la música pre y post serial atonal centroeuropea, fue inicialmente desarrollado por compositores y teóricos americanos (Milton Babbitt y Allen Forte, como compositor y teórico y como teórico respectivamente, entre los más destacados). El sistema, se basa en la noción de Pitch class sets (Conjuntos de grados cromáticos) y utiliza recursos del Álgebra Combinatoria y de la Teoría de Conjuntos para organizar los grados cromáticos (Pitch Classes) del sistema temperado en grupos (Sets), y determinar sus propiedades estructurales. Sobre la base de las propiedades de los Pitch Class Sets surgen sus posibilidades de combinación y su potencial sonoro a explotar en la composición musical. Una posterior

*Cetta, P.; Di Liscia, P. Elementos de Contrapunto atonal. EDUCA, Buenos Aires, 2009.

proyección es la formalización de las posibilidades de la disposición vertical y horizontal de estos conjuntos en matrices, que explotan sus características estructurales en la generación de diseños compositivos abstractos aplicables a la composición musical, tal como se desarrolla principalmente en los trabajos del compositor estadounidense Robert Morris. La combinatoria aplicada a matrices, sin embargo, no es exclusiva de la música atonal, sino que se desarrolla abundantemente también en la música serial dodecafónica. En este sentido, tanto la teoría de la música serial dodecafónica como la de la música atonal se complementan en una manera orgánica, dado que las formas canónicas de una serie dodecafónica (original, inversión, retrogradación e inversión retrógrada) no alcanzan a dar cuenta de la estructura subyacente de una obra musical y, por otro lado, los conjuntos de grados cromáticos de una obra no serial deben estar distribuidos organizadamente en el total cromático.

2. Los conjuntos de grados cromáticos

Describiremos brevemente algunos aspectos teóricos de la técnica de conjuntos de grados cromáticos. Si bien esta técnica contempla todas las agrupaciones de altura posibles, que van desde el conjunto vacío hasta el total cromático, vamos a concentrarnos solamente en los conjuntos formados por cuatro grados, a modo de ejemplo.

Si deseamos formar todos los subconjuntos posibles de cuatro notas tomadas de las doce pertenecientes al sistema temperado, debemos recurrir a una operación del cálculo combinatorio denominada variaciones simples, que se practica de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$V_{n,m} = n (n-1) (n-2) \dots (n-m+1)$$

Las variaciones simples son todos los subconjuntos de m elementos tomados de n objetos dados, de tal modo que dos subconjuntos se consideran distintos si difieren en algún objeto o en el orden en que van colocados en el conjunto (ab es distinto de ba).

Las cantidad de variaciones de 12 elementos tomados de a 4 es:

$$V_{12,4} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$$

Un número tan elevado de posibilidades resulta imposible de controlar. Esta cantidad puede reducirse considerablemente excluyendo los subconjuntos que poseen los mismos elementos pero en orden distinto. A estos ordenamientos los denominamos permutaciones: 0,1,2,3 y 3,0,2,1 son permutaciones de los mismos elementos.

Dado que la cantidad de permutaciones de n elementos puede calcularse por:

$$P_n = n !$$

La cantidad de permutaciones de un conjunto de cuatro elementos son:

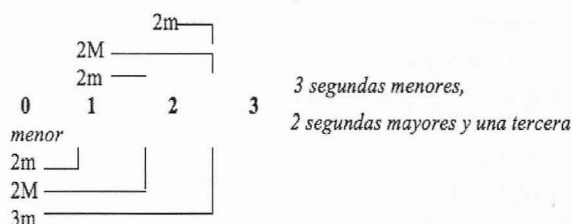
$$P_4 = 4 ! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Eliminando las permutaciones reducimos el primer valor a 495 conjuntos ($11.880/24$). Resulta obvio que no es lo mismo 0,1,2,3 que 3,0,2,1, no obstante, los elementos son los mismos en ambos casos. Lo que nos interesa particularmente es que los intervalos o distancias entre todos los números, que en nuestro caso representan a los sonidos, son los mismos.

Si consideramos que las representaciones alfanuméricas de las notas son:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B
do	do#	re	re#	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	la#	si

nos queda que 0,1,2,3 es un conjunto que posee 3 segundas menores, 2 segundas mayores y una tercera menor; 3,0,2,1, por su parte, posee la misma intervállica, y solo difiere en los intervalos sucesivos que se dan en el orden melódico:



Por esto, siguiendo con nuestra intención de organizar la altura, podemos descartar las permutaciones en favor de reducir el número de combinaciones posibles.

También podemos minimizar el número de casos omitiendo las transposiciones e inversiones; 4,5,6,7 es una transposición de 0,1,2,3, y ambas poseen la misma intervállica. Lo mismo sucede con 0,B,A,9, que es la inversión de 0,1,2,3.

Quedan en definitiva, luego de quitar las permutaciones, las transposiciones y las inversiones, 29 conjuntos de altura, cada uno con características intervállicas propias.

Semejante reducción puede en principio parecer arbitraria, pero es similar a la que ocurre en la música tonal. El acorde mayor, por ejemplo, forma una estructura reconocible más allá de las transposiciones

o permutaciones que se le apliquen. En este caso, agrupamos ciertas permutaciones según la nota más grave y denominamos a cada grupo inversiones del acorde. A cada inversión se le atribuyen estilísticamente características funcionales específicas, particularmente a la segunda inversión que es la que más se aleja de la fundamental en la escala de los armónicos.

La diferencia principal de los conjuntos en relación con los acordes tonales reside en considerar a la inversión de un conjunto como una simple transformación del conjunto original. En el ámbito tonal, la inversión del acorde mayor es el acorde menor, y ambos son usados como tónicas de dos modos bien diferenciados, como parte de un sistema más complejo. Resulta entonces que, la inversión de un conjunto responde más bien a un criterio contrapuntístico que armónico. Algo similar ocurre en la música tonal, con la inversión de un motivo para ser utilizado como variante en la imitación.

Cada conjunto está caracterizado por un vector interválico, que expresa la cantidad de cada una de las clases interválicas. Las clases interválicas son seis: segunda menor, segunda mayor, tercera menor, tercera mayor, cuarta justa y cuarta aumentada. Una clase interválica comprende a un intervalo y a su inversión. El intervalo de sexta mayor está comprendido en la clase interválica tercera menor. Y esto es porque no consideramos, de momento, la posición que tendrán las notas en el registro.

El vector interválico está representado por seis números entre corchetes cuyos órdenes de aparición hacen referencia a la clase interválica; [321000] indica un conjunto que posee tres segundas menores, dos segundas mayores, una tercera menor, o terceras mayores, o cuartas justas y/o cuartas aumentadas. Y el vector citado es el que corresponde a 0,1,2,3, 0 a 4,5,6,7, 0 a 0,B,A,9.

A 0,1,2,3 lo llamamos forma prima, que es la mínima expresión del conjunto, transpuesto sobre do.

En la mayoría de los casos, un conjunto posee 12 transposiciones y 12 inversiones de esas transposiciones. Sin embargo, al realizar estas operaciones de transformación partiendo de la forma prima notamos que los resultados en algunos casos se repiten. Por ejemplo el 4-28 (0,3,6,9), que es el acorde de séptima disminuida: la transposición a la tercera menor da 3,6,9,0 que es simplemente una permutación del anterior y, por lo tanto, es redundante.

Los 29 conjuntos de cuatro notas pueden observarse en la tabla siguiente. En la primera columna

aparece el nombre que se da a cada conjunto, en la segunda su forma prima, en la tercera la cantidad de variantes por transposición e inversión posibles y, en la última, el vector interválico correspondiente.

Nombre del conjunto	Forma prima	Transp/Inv	Vector interválico
4-1	0123	12	[321000]
4-2	0124	24	[221100]
4-3	0134	12	[212100]
4-4	0125	24	[211110]
4-5	0126	24	[210111]
4-6	0127	12	[210021]
4-7	0145	12	[201210]
4-8	0156	12	[200121]
4-9	0167	6	[200022]
4-10	0235	12	[122010]
4-11	0135	24	[121110]
4-12	0236	24	[112101]
4-13	0136	24	[112011]
4-14	0237	24	[111120]
4-Z15	0146	24	[111111]
4-16	0157	24	[110121]
4-17	0347	12	[102210]
4-18	0147	24	[102111]
4-19	0148	24	[101310]
4-20	158	12	[101220]
4-21	0246	12	[030201]
4-22	0247	24	[021120]
4-23	0257	12	[021030]
4-24	0248	12	[020301]
4-25	0268	6	[020202]
4-26	0358	12	[012120]
4-27	0258	24	[012111]
4-28	0369	3	[004002]
4-Z29	0137	24	[111111]

Existen dos conjuntos que se distinguen por la Z en sus nombres (4-Z15 y 4-Z29). Ambos poseen el mismo vector interválico pero formas primas distintas. Según vimos, el vector [111111] indica que los dos conjuntos poseen todas las clases interválicas. Esta particularidad fue aprovechada en diversas obras del siglo XX, a modo de ejemplo, en "*Música para cuerdas, percusión y celesta*" de Bartók.

3. Matrices combinatorias no seriales

Las matrices no seriales presentan un mismo conjunto de grados cromáticos en todas sus filas y columnas, o bien, uno para sus filas y otro, distinto al anterior, en todas sus columnas. A partir de estas matrices se mantiene la coherencia interválica, tanto en el aspecto horizontal como en el vertical.

a	b	c	d
b	c	d	a
c	d	a	b
d	a	b	c

Realicemos ahora, a modo de ejemplo, una matriz con el conjunto 4-18 (0, 1, 4, 7) representándola numéricamente y luego en notación musical. Según se observa, contiene las mismas notas en todas sus filas y columnas.

4	1	0	7
7	4	1	0
0	7	4	1
1	0	7	4

El cuadrado romano puede contener más de un elemento por posición dentro de la matriz, o bien una posición vacía (un silencio). En el ejemplo siguiente partimos del conjunto 79A 03 6, que es un 6-27 dividido en tres partes, e intercalamos un silencio entre la segunda y la tercera partición.

3.1 Cuadrado romano

La matriz combinatoria no serial más simple, y a la vez más elemental en términos musicales, es la denominada *cuadrado romano*. Está constituida por un único conjunto que se repite sin transformaciones en sus filas y columnas. Se obtiene realizando permutaciones circulares de los elementos del conjunto dado, ubicando cada permutación en una fila. Si a, b, c y d son los elementos del conjunto, se construye del siguiente modo:

7A9	03		6
03		6	
	6	79A	03
6	79A	03	

En la fila 1, columna 1 del ejemplo anterior, permutamos los elementos de esa posición. Las permutaciones dentro de una misma posición no afectan las propiedades interválicas de la matriz.

Se denomina *norma horizontal* al conjunto comprendido por todos los elementos de cualquier fila, y *norma*

vertical a todos los elementos de una columna. En un cuadrado romano, la norma horizontal y la vertical son idénticas.

3.2. Matrices simples de tipo I

Las matrices tipo I poseen también la misma norma, horizontal y verticalmente. La denominación simple indica que la construcción de la matriz no depende de las propiedades de la norma elegida, y cada posición está ocupada por un único elemento. Distinguimos dos casos.

3.2.1. Matriz tipo I A

La norma generadora se establece a partir de un conjunto cualquiera de n elementos. La cantidad de elementos determina las dimensiones de la matriz, que siempre es cuadrada (posee igual número de filas y columnas).

A fin de comprender el principio constructivo, consideremos un conjunto –norma generadora– formado por cuatro notas (a, b, c, d) que sumamos del siguiente modo:

a + a	b + a	c + a	d + a
a + b	b + b	c + b	d + b
a + c	b + c	c + c	d + c
a + d	b + d	c + d	d + d

Como el conjunto considerado posee cuatro elementos, la matriz generadora es de 4 x 4.

Crearemos ahora una matriz a partir de las notas 2A740. Se trata de un conjunto 5-34, cuya estructura equivale a la de un acorde de dominante con novena mayor.

2+2	A+2	7+2	4+2	0+2
2+A	A+A	7+A	4+A	0+A
2+7	A+7	7+7	4+7	0+7
2+4	A+4	7+4	4+4	0+4
2+0	A+0	7+0	4+0	0+0

Efectuando la suma y ajustando los valores entre 0 y 11 (módulo 12) obtenemos:

4	0	9	6	2
0	8	5	2	A
9	5	2	B	7
6	2	B	8	4
2	A	7	4	0

Las filas y columnas de la matriz 5 x 5 están formadas por transposiciones del conjunto empleado como norma.

3.2.2. Matriz tipo I B

Esta matriz se construye de modo similar a la anterior.

obtenemos el PCS utilizado como norma (5-15). Podríamos utilizar esta sucesión para la composición de un fragmento melódico con un alto grado de coherencia interválica, ya que cada enlace de conjuntos se realiza mediante dos o tres grados en común.

La generación de la matriz la realizamos ubicando a cada subconjunto sobre la diagonal, de modo tal que la norma se manifieste en cada una de las filas y de las columnas.

01	268		
	07	15B	
		67	028
57B			16

La construcción de matrices utilizando este método requiere de un análisis detallado de los PCS, en particular en relación con sus posibilidades de aplicación en la generación de cadenas de un número considerable de eslabones.

Se denomina *partición redundante* a aquella que transformada resulta invariante de otra partición del mismo PCS. La partición 04A123B, por ejemplo, transformada con $T_2 I$ produce una invariancia total (24A103B). A una partición redundante se la identifica con un asterisco, y es de poca utilidad en la producción de matrices combinatorias.

Algo similar ocurre con 012|34AB bajo $T_2 I$ (210|BA43), con la diferencia que en este caso la partición sigue siendo la misma. Estas observaciones dan la pauta de que no todas las divisiones del conjunto producen la variedad necesaria para la construcción eficaz de una matriz.

La invariancia parcial es la que resulta efectiva, y se manifiesta a través de las condiciones presentadas en la tabla que sigue (a la derecha, se detalla el modo en que se identifican). Las letras X e Y representan a cada uno de los términos de la partición, y F y G son operaciones de transformación aplicadas a la partición considerada.

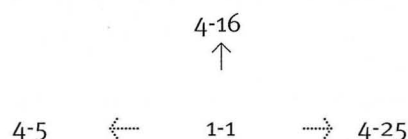
Propiedad	Etiqueta
$F(X) = X$	1
$F(X) = X \quad G(Y) = Y$	12
$G(Y) = Y$	2
$F(X) = Y \quad F(Y) \neq X$	3

Un análisis de todas las particiones posibles del PCS 5-15 = {0, 1, 2, 6, 8} aporta la siguiente información:

0 1268	1-1	4-16	1
1 0268	1-1	4-25	2
2 0168	1-1	4-16	*
6 0128	1-1	4-5	1

8 0126	1-1	4-5	*
0 1268	2-1	3-8	1
02 168	2-2	3-9	
06 128	2-6	3-5	1
08 126	2-4	3-4	1
12 068	2-1	3-8	*
16 028	2-5	3-8	1
18 026	2-5	3-8	*
26 018	2-4	3-4	*
28 016	2-6	3-5	*
68 012	2-2	3-1	

Las cadenas no solo pueden generarse sobre la base de dos particiones, sino a tres o más que posean un subconjunto en común. En consecuencia, las posibilidades de construcción son muy variadas. El siguiente gráfico muestra una posible combinación de tres particiones a partir del subconjunto común 1-1.



3.4. Matrices a partir de ciclos de un mismo operador

Partiendo de un grado cualquiera, podemos establecer una secuencia en la cual cada término es el resultado de una transformación del término anterior utilizando un operador determinado. La secuencia 0, 2, 4, 6, 8, A, por ejemplo, surge de la aplicación cíclica del operador T_2 .

Con algunos operadores, la secuencia se limita a dos términos, ya que el tercero es idéntico al primero y la secuencia se repite. Esto ocurre con T_6 y $T_n I$ (donde n es un entero entre 0 y 11).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	
6	7	8	9	A	B	0	1	2	3	4	5	T_6

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	
5	4	3	2	1	0	B	A	9	8	7	6	$T_5 I$

Los operadores T_4 y T_8 , por otra parte, generan secuencias de tres términos.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	
4	5	6	7	8	9	A	B	0	1	2	3	T_4
8	9	A	B	0	1	2	3	4	5	6	7	$T_4(T_4)$

Los operadores T_3 y T_9 generan secuencias de cuatro términos.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	
3	4	5	6	7	8	9	A	B	0	1	2	T_3
6	7	8	9	A	B	0	1	2	3	4	5	$T_3(T_3)$
9	A	B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$T_3(T_3(T_3))$

Y, por último, los operadores T_2 y T_A producen ciclos de seis términos (0, 2, 4, 6, 8, A; 1, 3, 5, 7, 9, B; etc.).

Una matriz, utilizando ciclos de operaciones, se construye ubicando el PCS utilizado como norma en P_{1-1} , y los términos del ciclo en las posiciones de la diagonal de la matriz (P_{2-2} , P_{3-3}). Luego utilizaremos procedimientos de transformación para enriquecer el resultado.

1064
3479
067A
139A

La modificación de 1, 0, 6, 4 por T_3 da por resultado 4, 3, 9, 7. No obstante, vemos en la posición P_{2-2} de la matriz el conjunto 3, 4, 7, 9, ordenado de menor a mayor por cuestiones de claridad. Ya no estamos trabajando con conjuntos ordenados, como en el caso de las series dodecafónicas, por lo cual la permutación de los elementos de una misma posición de la matriz no afecta a los resultados.

También es posible ubicar el conjunto de partida en posiciones diferentes y desarrollar el ciclo siguiendo recorridos sobre la diagonal y paralelos a ella. Se debe observar aquí como se rebaten los elementos sobre las posiciones. El operador empleado es T_2 .

4	B	0	7
	6	1	2
		8	3
1			A
8	3		0
9	A	5	

Las dimensiones de la matriz dependen de la cantidad de términos del ciclo y, por lo tanto, del operador utilizado. La siguiente tabla lo ilustra.

Operador	Dimensiones de la matriz
$T_6 - T_n$	2 x 2
$T_4 - T_8$	3 x 3
$T_3 - T_9$	4 x 4
$T_2 - T_A$	6 x 6

3.5. Operaciones sobre matrices combinatorias no seriales
3.5.1. Intercambio de elementos entre posiciones

Esta operación sobre matrices combinatorias seriales la realizábamos exclusivamente entre columnas adyacentes, debido a la necesidad de mantener el orden de los conjuntos distribuidos en cada posición de las filas. En el caso de las matrices no seriales, por tratarse de conjuntos no ordenados, el intercambio se realiza tanto entre filas como entre columnas, sin que importe si son adyacentes o no, lo cual produce una variedad considerable de versiones. Para ejemplificar esto, vamos a partir de una matriz generada por ciclos y a producir todos los intercambios posibles, a fin de

lograr una distribución uniforme de elementos.

Matriz por ciclos
Conjunto de partida: A 32 87 (PCS: 5-20)
Operador: TA
Norma horizontal: 5-20
Norma vertical: 5-7

A	32	87			
	8	01	56		
		6	AB	34	
			4	89	12
0B				2	67
45	9A				0

Vamos a intercambiar el elemento A de P_{1-1} por su par de P_{3-4} . El primero baja dos filas sobre su misma columna (a P_{3-1}), y el segundo asciende dos filas, también conservando su propia columna (a P_{1-4}). El resultado no se altera, ni vertical ni horizontalmente.

	32	87	A		
	8	01	56		
A		6	B	34	
			4	89	12
0B				2	67
45	9A				0

Ahora intercambiamos los elementos 3 y 2 de P_{1-2} por sus pares de las posiciones P_{3-5} y P_{4-6} . El primer 3 desciende a la tercera fila y su par asciende a la primera. El primer 2 baja a la cuarta, y el 2 de la última columna sube a la primera fila.

		87	A	3	2
	8	01	56		
A	3	6	B	4	
	2		4	89	1
0B				2	67
45	9A				0

Continuando con el procedimiento, logramos una distribución uniforme.

	A	7		38	2
5	8	1			06
A	3	6	B	4	
	2	8	4	9	1
B		0	6	2	7
04	9		5A		

En el próximo ejemplo, creamos una matriz a partir de cadenas, y luego efectuamos la redistribución de sus elementos.

Matriz por cadenas

Conjunto de partida: 14376A (PCS: 6-27)

Particiones utilizadas: 14|376A (2-3|4-17) y 1A|4376 (2-3|4-3)

Norma horizontal: 6-27

Norma vertical: 6-27

376A	14							
	679A	03						
		169A	03					
			679A	14				
				27AB	14			
					679A	03		
						2569	03	
14							679A	

4		1	6	A	7		3
	A	0	3	7	9		6
A		6	9		1	3	0
	4		7	1	6	9	A
7	1	A		B	4	2	
6	7	3			A	0	9
3	6	9	0	2		5	
1	9		A	4		6	7

3.5.2. Transformación por T_n , T_{nI} o M

La matriz completa puede ser transpuesta, invertida o multiplicada. Veamos la matriz anterior modificada por T_6I .

2		5	0	8	B		3
	8	6	3	B	9		0
8		0	9		5	3	6
	2		B	5	0	9	8
B	5	8		7	2	4	
0	B	3			8	6	9
3	0	9	6	4		1	
5	9		8	2		0	B

3.5.3. Intercambio entre filas y columnas

Una vez más, por tratarse de conjuntos no ordenados, es posible intercambiar columnas entre sí, o filas. En el ejemplo siguiente generamos una matriz Tipo II e intercambiamos las filas 1 y 3, y luego las columnas 2 y 4.

Matriz Tipo II

Conjuntos de partida: 14376A (PCS: 6-27) y 980 (PCS: 3-3)

Norma horizontal: 6-27

Norma vertical: 3-3

A	1	0	4	3	7
9	0	B	3	2	6
1	4	3	7	6	A

1	7	3	4	6	A
9	3	B	0	2	6
A	4	0	1	3	7

3.5.4. Giro de 90°

A través de un giro de 90° la matriz intercambia filas por columnas. La primera fila se convierte en la primera columna, la segunda fila en la segunda columna y así siguiendo. Para el ejemplo creamos una matriz Tipo I B y la rotamos 90°.

Matriz Tipo I B

Conjunto de partida: 26598 (PCS: 5-16)

Norma horizontal: 5-16

Norma vertical: 5-16

0	4	3	7	6
8	0	B	3	2
9	1	0	4	3
5	9	8	0	B
6	A	9	1	0

6	2	3	B	0
7	3	4	0	1
3	B	0	8	9
4	0	1	9	A
0	8	9	5	6

3.5.5. Invariancia en posiciones, filas o columnas

Es posible aplicar una transformación T_n , T_{nI} ó M que mantenga invariantes a un elemento en particular o, a un conjunto dispuesto en una fila o columna específica. La siguiente matriz se transforma con T_8I , y mantiene invariantes las filas 1 y 4, y las columnas 1 y 2.

Matriz por cadena

Conjunto de partida: 71084 (PCS: 5-22)

Particiones utilizadas: 71|084 (2-6|3-12) con sí misma

Norma horizontal: 5-22

Norma vertical: 5-22

48	17		0
0	8	5B	4
		26A	5B
17	04		8

40	17		8
8	0	31	4
		26A	39
17	48		0

3.5.6. Combinación de matrices no seriales

Al igual que las seriales, estas matrices pueden combinarse con el propósito de generar otras de mayores dimensiones. La condición necesaria para que la combinación

resulte es que las normas de ambas sean idénticas. Vemos, en el próximo ejemplo, el modo en que se disponen las matrices, y a continuación el resultado que se obtiene luego de la aplicación de operaciones de intercambio de elementos.

1	367	42			
03	4	1AB			
456	89	3			
			7	46	125
			58	79A	4
			234	5	0B

6	3		7	12	4
3		1B	4	0	A
4	68	3	5		9
1	7	4	2	5	6
5	9	A	8	4	7
0	4	2	3	B	5

4. Aplicaciones musicales

A fin de ejemplificar la utilización de matrices combinatorias no seriales en la composición musical veremos algunos ejercicios, escritos de acuerdo con las técnicas de generación y transformación anteriormente analizadas.

Para comenzar, construiremos una matriz a partir del método denominado *cuadrado romano*, partiendo del conjunto {8, 9, 4, 0, 6} que conforma un PCS 5-26. Obtenemos la siguiente matriz que, según sabemos, posee en sus filas permutaciones circulares del conjunto dado.

8	9	4	0	6
9	4	0	6	8
4	0	6	8	9
0	6	8	9	4
6	8	9	4	0

A partir de estos datos, disponemos la primera, segunda y quinta columnas de la matriz en forma de acordes, y la tercera y cuarta en forma de arpeggios. Se observa en el ejemplo el desarrollo del contenido de las filas, particularmente en el movimiento de los bajos (quinta fila de la matriz).



Figura 1: fragmento musical que emplea el cuadrado romano

Continuando con la misma técnica, construiremos una nueva matriz, pero que en este caso contenga distinta cantidad de elementos por posición. Utilizaremos el conjunto {B, 9, 1, 5, 2, 8} (PCS 6-Z28).

Distribuimos el conjunto de partida en tres grupos de dos, tres y un elemento respectivamente: B9, 152 y 8. Obtenemos así una matriz de 3 x 3.

B9	152	8
152	8	B9
8	B9	152

La primera columna ocupa los dos primeros tiempos del ejemplo. Vemos dos notas en el agudo (*si* y *la*), tres en el registro intermedio (*do#* como apoyatura, *re* y *fa*), y una sola nota en el grave (*sol#*). Esta última nota ocupa la diagonal de la matriz, y es el único elemento en la posición. Aparece en los tres registros, y siempre es acompañada por dos y tres sonidos en las otras voces.

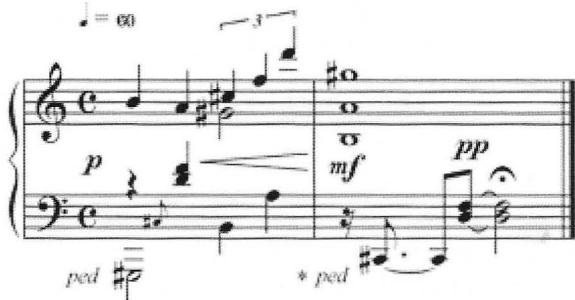


Figura 2: fragmento musical que emplea el cuadrado romano con más de un elemento por posición

Para la realización del ejemplo que sigue nos interesa particularmente comenzar con los sonidos {0, 8, 2, 7, B}, dispuestos del grave al agudo en forma de acorde, y aplicar luego la técnica de generación tipo I A. Analizamos el conjunto y vemos que se trata de un PCS 5-Z18.

Construimos la matriz según el método estudiado, partiendo del conjunto elegido. Nos queda:

0	8	2	7	B
8	4	A	3	7
2	A	4	9	1
7	3	9	2	6
B	7	1	6	A

Pero observamos que la primera columna no contiene el acorde de partida en el orden deseado, sino una retrogradación del mismo, por lo cual vamos a permutar las filas 1 y 5, y luego la 2 y con la 4.

B	7	1	6	A
7	3	9	2	6
2	A	4	9	1
8	4	A	3	7
0	8	2	7	B

Si la realización musical consiste en lograr una sucesión de acordes con matices contrastantes podemos escribir:



Figura 3: fragmento musical que emplea una matriz tipo I A

En el ejemplo siguiente vamos a alternar las columnas de dos matrices distintas. La idea es alcanzar el total cromático a partir de la alternancia de dos hexacordios 6-35. El primero contiene a los grados 0, 2, 4, 6, 8, A, y el segundo a los grados 1, 3, 5, 7, 9, B.

Para comenzar, generamos una matriz tipo IA a partir del conjunto {0, 2, 4, 6, 8, A}.

0	2	4	6	8	A
2	4	6	8	A	0
4	6	8	A	0	2
6	8	A	0	2	4
8	A	0	2	4	6
A	0	2	4	6	8

Vemos que el resultado es el mismo que si la hubiéramos construido siguiendo la técnica del cuadrado romano.

Ahora construimos otra a partir del conjunto {1, 5, 3, B, 7, 9}

2	6	4	0	8	A
6	A	8	4	0	2
4	8	6	2	A	0
0	4	2	A	6	8
8	0	A	6	2	4
A	2	0	8	4	6

Y observamos que a pesar de haber usado los grados impares (1, 3, 5, etc.) el método constructivo nos lleva a una matriz de grados pares, dado que la suma de dos números impares es un número par. Para revertir esta situación vamos a transportar la matriz en un semitono.

3	7	5	1	9	B
7	B	9	5	1	3
5	9	7	3	B	1
1	5	3	B	7	9
9	1	B	7	3	5
B	3	1	9	5	7

Generadas ambas matrices alternamos sus columnas a fin de obtener el total cromático a partir de esa combinación. Esta alternancia nos lleva a pensar distintas realizaciones compositivas. Podría ocurrir, por ejemplo, que los grados pares se diferenciaron de los impares a partir de la utilización de distintos matices, articulaciones, timbres, ubicación en el registro, o tipo de textura. Esto generaría dos discursos paralelos, ambos con sentido propio, pero que conforman una totalidad.

0	3	2	7	4	5	6	1	8	9	A	B
2	7	4	B	6	9	8	5	A	1	0	3
4	5	6	9	8	7	A	3	0	B	2	1
6	1	8	5	A	3	0	B	2	7	4	9
8	9	A	1	0	B	2	7	4	3	6	5
A	B	0	3	2	1	4	9	6	5	8	7

Esta matriz, producto de la combinación de las anteriores, sirve a la composición del ejemplo siguiente:



Figura 4: fragmento musical que emplea dos matrices tipo I A alternadas

Según vimos, la matriz tipo I B posee transposiciones de un conjunto en sus filas, y transposiciones de la inversión del mismo conjunto en sus columnas. El ejercicio siguiente persigue la composición de un breve proceso gradual, utilizando este tipo de estructuras.

Fijamos como punto de partida el conjunto {4, 0, 3, 8, 6} (PCS 5-26) y construimos la matriz siguiendo el principio antes visto. Se observa que, debido al método, la primera posición de las matrices tipo I B arroja un 0, debido a que la suma de un grado cualquiera y su inversión módulo 12 es siempre 0.

0	8	B	4	2
4	0	3	8	6
1	9	0	5	3
8	4	7	0	A
A	6	9	2	0

Para evitar esa situación transportaremos la matriz

utilizando un operador arbitrario, por ejemplo, T_4 .

4	0	3	8	6
8	4	7	0	A
5	1	4	9	7
0	8	B	4	2
2	A	1	6	4

Las otras cuatro matrices a emplear las obtenemos transportando de a un semitono la matriz anterior.

5	1	4	9	7
9	5	8	1	B
6	2	5	A	8
1	9	0	5	3
3	B	2	7	5

6	2	5	A	8
A	6	9	2	0
7	3	6	B	9
2	A	1	6	4
4	0	3	8	6

7	3	6	B	9
B	7	A	3	1
8	4	7	0	A
3	B	2	7	5
5	1	4	9	7

8	4	7	0	A
0	8	B	4	2
9	5	8	1	B
4	0	3	8	6
6	2	5	A	8

El material así obtenido se aplica en la producción del siguiente fragmento musical.

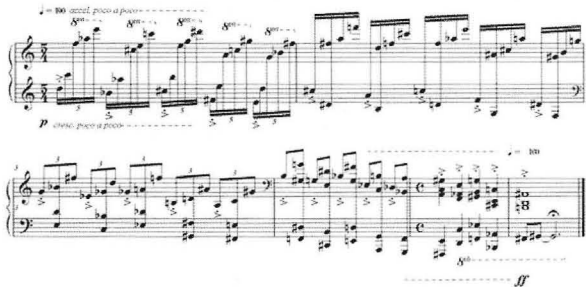


Figura 5: fragmento musical que emplea matrices tipo I B

El próximo ejemplo se basa en una matriz tipo II, que según vimos puede armarse sobre dos conjuntos de distinta cantidad de elementos. En este caso, utilizamos como norma horizontal al conjunto {9, 1, 0, 4, 3, 7, 6} (PCS 7-31), y como norma vertical al conjunto {8, 6, 0, 9} (PCS 4-12).

5	9	8	0	B	3	2
3	7	6	A	9	1	0
9	1	0	4	3	7	6
6	A	9	1	0	4	3

Procedemos luego a rotar 90° la matriz anterior para combinarla con una versión de mayor densidad polifónica.

2	0	6	3
3	1	7	4
B	9	3	0
0	A	4	1
8	6	0	9
9	7	1	A
5	3	9	6

Por último, intercambiamos columnas entre sí, en favor de la sonoridad buscada.

0	3	2	6
1	4	3	7
9	0	B	3
A	1	0	4
6	9	8	0
7	A	9	1
3	6	5	9

Y una aplicación posible es:



Figura 6: fragmento musical que emplea una matriz tipo II

Para la construcción del siguiente ejemplo utilizamos la técnica de matrices por ciclos de un operador. El conjunto elegido es {2, 1, 5, 4} (PCS 4-3), y el operador es T_3 .

2154			
	4578		
		78AB	
			12AB

Paso seguido, realizamos intercambios entre elementos de la matriz, de forma gradual.

154			2
	4578		
		78AB	
2			1AB

15	4		2
4	578		
		78AB	
2			1AB

1	45		2
45	78		
		78AB	
2			1AB

1	45		2
45	8	7	
	7	8AB	
2			1AB

1	45		2
45	8	7	
	7	8B	A
2		A	1B

1	45		2
45	8	7	
	7	8	AB
2		AB	1

La aplicación en orden sucesivo de las matrices anteriores da por resultado:



Figura 7: fragmento musical que emplea una matriz generada por ciclos de un operador

Como último ejemplo, partiremos de una matriz generada con cadenas de PCS, empleando {0, 3, 6, A, 2} (PCS 5-26).

36A2	0		
	379B	6	
		0489	6
0			379B

La idea es contraponer la matriz anterior con otra versión cuyos elementos estén distribuidos de manera más uniforme, aplicando operaciones de intercambio de elementos.

2A	3	0	6
3	9	6	7B
6	0	48	9
0	7B	9	3

Y una realización posible es la que sigue:



Figura 8: fragmento musical que emplea una matriz generada a partir de cadenas

5. Desarrollo de software

Se creó la Biblioteca de Objetos Externos *Pcslib* (para utilizarse en conjunto con el programa Pure Data, de Miller Puckette), cuyas particularidades se detallan a continuación.

5.1. Objetos para Matrices Combinatorias (CM)

5.2. Generador de CM

Nombre	cm_roman
Descripción	El objeto <i>cm_roman</i> crea una matriz del tipo cuadrado romano (véase Morris, 1984, 1987).
Entradas	<i>Inlet</i> : un puntero a una estructura PCS.
Salidas	<i>Outlet</i> : un puntero a una estructura CM. Para acceder a los datos, debe usarse alguno de los objetos lectores de CM.

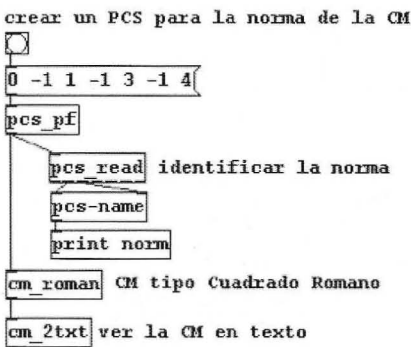


Figura 9: *patch* de *pd* como ejemplo de uso del objeto *cm_roman*

Nombre	cm_t1a
Descripción	El objeto <i>cm_t1a</i> crea una matriz del tipo I A (véase Morris, 1984, 1987).
Entradas	<i>Inlet</i> : un puntero a una estructura PCS.
Salidas	<i>Outlet</i> : un puntero a una estructura CM. Para acceder a los datos, debe usarse alguno de los objetos lectores de CM.

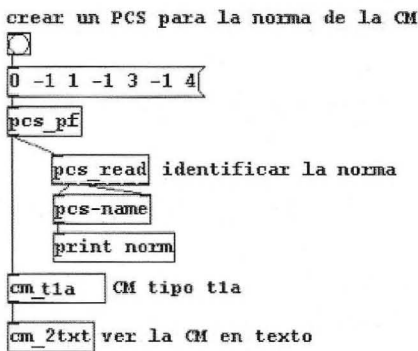


Figura 10: *patch* de *pd* como ejemplo de uso del objeto *cm_t1a*

Nombre	cm_t1b
Descripción	El objeto <i>cm_t1b</i> crea una matriz del tipo I B (véase Morris, 1984, 1987).
Entradas	<i>Inlet</i> : un puntero a una estructura PCS.
Salidas	<i>Outlet</i> : un puntero a una estructura CM. Para acceder a los datos, debe usarse alguno de los objetos lectores de CM.

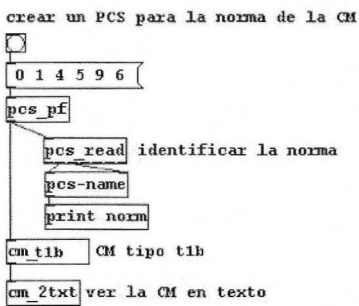


Figura 11: *patch* de *pd* como ejemplo de uso del objeto *cm_t1b*

Nombre	cm_t2
Descripción	El objeto <i>cm_t2</i> crea una matriz del tipo II (véase Morris, 1984, 1987).
Entradas	<i>Inlets</i> 1 y 2: punteros a dos estructuras PCS para las normas vertical y horizontal respectivamente.
Salidas	<i>Outlet</i> : un puntero a una estructura CM. Para acceder a los datos, debe usarse alguno de los objetos lectores de CM.

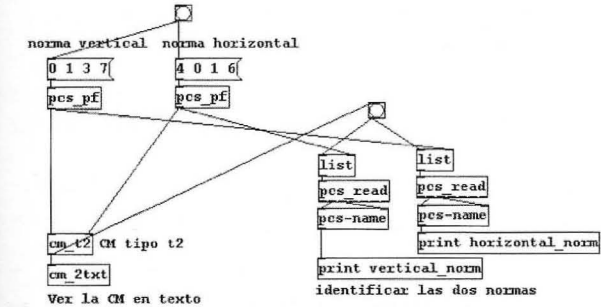


Figura 12: patch de pd como ejemplo de uso del objeto *cm_t2*

Nombre	cm_opcy
Descripción	El objeto <i>cm_opcy</i> crea una matriz con el método de ciclos de operadores (véase Morris, 1984, 1987).
Entradas	<i>Inlet</i> 1: un símbolo que indica el operador de ciclos a utilizar. Debe ser uno de los siguientes: T2/A, T6/TI, T3/9 o T4/8. <i>Inlet</i> 2: un puntero a una estructura PCS.
Salidas	<i>Outlet</i> : un puntero a una estructura CM. Para acceder a los datos, debe usarse alguno de los objetos lectores de CM.

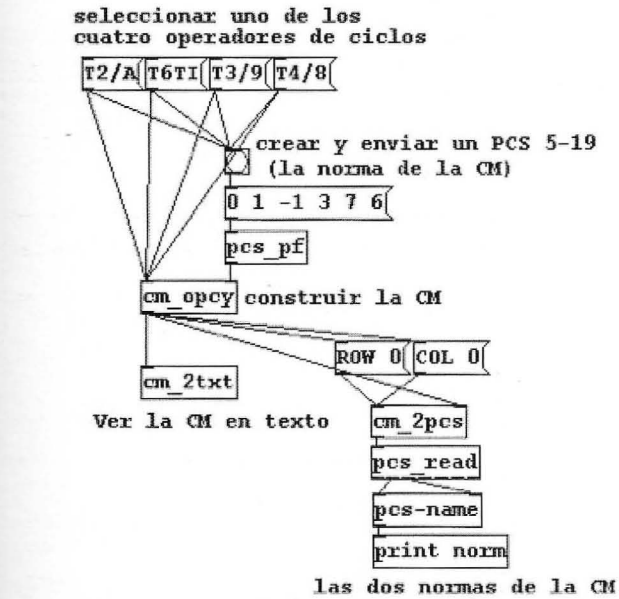


Figura 13: patch de pd como ejemplo de uso del objeto *cm_opcy*

5.3. Lectores de CM

Nombre	cm_2txt
Descripción	El objeto <i>cm_2txt</i> imprime en la pantalla de <i>pd</i> una versión "limpia" (i.e., no "cruda") de una estructura CM. Los enteros 10 y 11 son reemplazados por <i>A</i> y <i>B</i> , respectivamente.
Entradas	<i>Inlet</i> : un puntero a una estructura CM que puede ser creada con los objetos generadores de CM precedentes. Ver los ejemplos en las imágenes 11, 12, 13, 14 y 15, que usan a los objetos creadores de CM en conjunto con el objeto <i>cm_2txt</i> .
Salidas	No posee.
Nombre	cm_read
Descripción	El objeto <i>cm_read</i> obtiene los datos "crudos" de una estructura CM. Un valor de -3 o de -4 indican espacios o posiciones vacías, respectivamente. Si se desea sólo ver una versión "limpia" de la CM, usar el objeto <i>cm_2txt</i> .
Entradas	<i>Inlet</i> : un puntero a una estructura CM que puede ser creada con los objetos generadores de CM precedentes.
Salidas	<i>Outlet</i> 1: una sucesión de listas de <i>floats</i> siendo cada una de ellas una fila de la CM. <i>Outlet</i> 2: número de filas de la CM (<i>float</i>). <i>Outlet</i> 3: número de columnas de la CM (<i>float</i>). <i>Outlet</i> 4: número máximo de PC para cada posición de la CM (<i>float</i>).
Nombre	cm_2pcs
Descripción	El objeto <i>cm_2pcs</i> extrae un PCS de una CM.
Entradas	<i>Inlet</i> 1: una de las siguientes posibilidades: POS (<i>symbol</i>) <i>r</i> (<i>float</i>) <i>c</i> (<i>float</i>): Obtiene el PCS en la posición <i>r</i> (fila) <i>c</i> (columna). ROW (<i>symbol</i>) <i>r</i> (<i>float</i>): Obtiene el PCS integrado por todos los PC en las posiciones de <i>r</i> (fila). COL (<i>symbol</i>) <i>c</i> (<i>float</i>): Obtiene el PCS integrado por todos los PC en las posiciones de <i>c</i> (columna). ALL (<i>symbol</i>): Obtiene el PCS integrado por todos los PC en todas las posiciones de la CM. <i>Inlet</i> 2: un puntero a una estructura CM, que puede ser creada con los objetos generadores de CM precedentes.
Salidas	<i>Outlet</i> : un puntero a la estructura PCS resultante. Para acceder a los datos, debe usarse otro objeto <i>pcs</i> (usualmente, un objeto <i>pcs_read</i>).

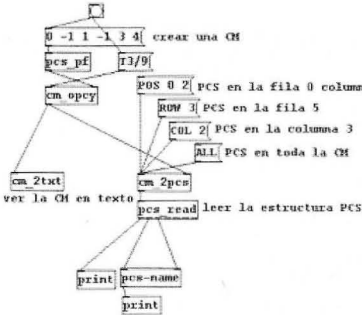


Figura 14: patch de pd como ejemplo de uso del objeto *cm_2pcs*

5.4. Modificadores de CM

Nombre	cm_trans
Descripción	El objeto <i>cm_trans</i> realiza varias transformaciones de una CM.
Entradas	<i>Inlet 1</i>: una de las siguientes posibilidades: - T (symbol) n (float): transposición por n. - I (symbol) n (float): inversión seguida de transposición por n (n = 0 es obligatorio en este caso si solo se requiere inversión). - RD (symbol) n (float): rotación por la diagonal, n = 0 significa izquierda superior, n = 1 significa derecha inferior. - R90 (symbol): rotación de 90 grados. - ER (symbol) r1 (float) r2 (float): intercambiar el contenido de las filas r1 y r2. - EC (symbol) c1 (float) c2 (float): intercambiar el contenido de las columnas c1 y c2. - SWAP: intentar disminuir la densidad de las posiciones de la CM intercambiando PC en sus filas y/o columnas. Esta transformación puede fallar si la densidad no puede ser reducida por intercambio. En este caso no se generará salida y se enviará un mensaje de advertencia a la pantalla de <i>pd</i>. <i>Inlet 2</i>: un puntero a una estructura CM que puede ser creada con los objetos generadores de CM precedentes.
Salidas	Outlet un puntero a una estructura CM. Para acceder a los datos, debe usarse alguno de los objetos lectores de CM.

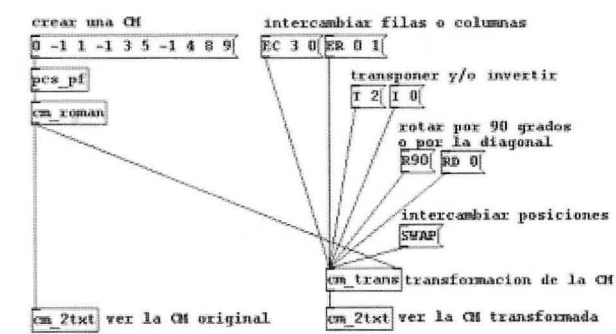
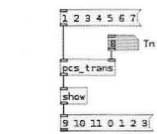


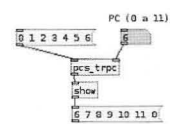
Figura 15: patch de *pd* como ejemplo de uso del objeto *cm_trans*

A partir de estos objetos, y otros relacionados con el tratamiento de los conjuntos cromáticos, se desarrollaron diversas abstracciones destinadas a la implementación de una plataforma destinada a la composición musical. Entre ellos los siguientes:

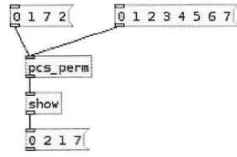
pcs_trans
Transporta una lista de PCs n semitonos



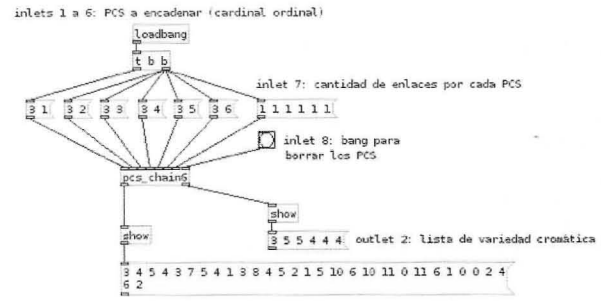
pcs_trpc
Transporta una lista de PCs a partir de un PC dado
Si el PC no es válido, deja la lista sin transportar



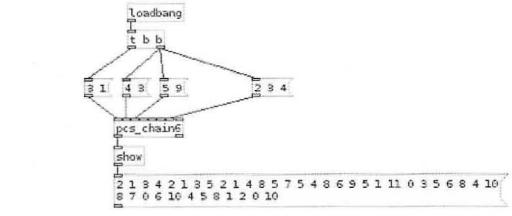
pcs_perm
Permuta una lista de PCs al azar



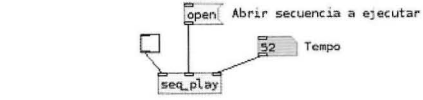
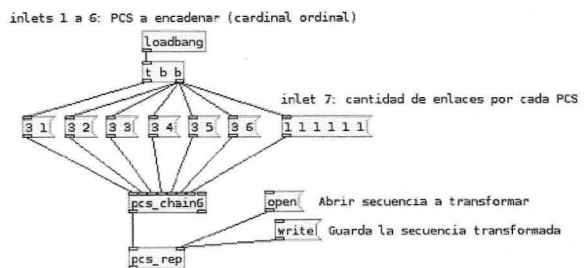
PCS_CHAINS
Enlaza hasta seis cadenas de PCS distintos.
Si enlace es por un intervalo al azar.
La transposición y/o inversión del primer PCS de cada cadena se produce también al azar.



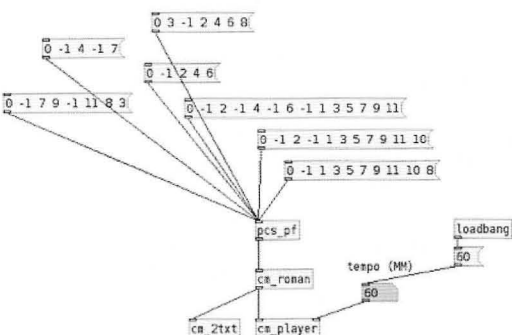
En el siguiente ejemplo se muestra que no todos los inlets deben completarse.



PCS_REP
Reemplaza los grados de una secuencia por otros, tomados de una lista de grados previamente calculada.



Ejecución de matrices combinatorias:



Referencias bibliográficas

Manovich, Lev. *The Language of New Media* [Bibliografía], (Estados Unidos: MIT-Press, 1998)

Volpe, Gualterio. *Computational models of expressive gesture in multimedia systems* [Bibliografía], (Italia: InfoMus Lab.-Universidad de Génova, 2003).

<<http://www.ekac.org>, consultada el 25/Oct/2005>, actualmente en línea/fuera de línea.