Conforti Carlomagno, Claudio ; Jasso Méndez, Jesús

Logicidad y consecuencia lógica
Pluralismo sin rivalidad

Colaboración en la obra:
Rutas Didácticas y de Investigación en Lógica, Argumentación y Pensamiento Crítico. Academia Mexicana de Lógica, 2016

Logicidad y consecuencia lógica
Pluralismo sin rivalidad[1]

Claudio Conforti Carlomagno
IES N°1, Alicia Moreau de Justo, Argentina -Universidad Católica Argentina (UCA)

Jesús Jasso Méndez
Facultad de Filosofía y Letras, UNAM - Universidad Autónoma de la Ciudad de México, UACM

> *In logic, there are no morals.* Everyone is at liberty to built up his own logic, i.e., his own form of language, as he wishes. All that required of him is that, if he wishes to discuss it, he must state his methods cleary, and give syntatic rules instead of philosophical arguments.
>
> Carnap (1934), secc. 17.

> Cuando ofreces un sistema para complementar la LC tienes una extensión; y cuando lo ofreces para reemplazarla, porque crees que está equivocada, entonces tienes un rival. Al ver el sistema mismo tú no sabes si es extensión o rival porque la extensión o la rivalidad son cuestiones de filosofía de la lógica...
> Es la interpretación lo que hace *extensión* o *rival* al sistema.
>
> Raymundo Morado.
> Sobre la enseñanza de la lógicas no-clásicas

Resumen

Gran parte de la literatura en Filosofía de la lógica incluye fuertes debates en torno al tema de la logicidad de los sistemas lógicos. La logicidad como propiedad de un sistema formal depende de cómo los lógicos definen al menos los siguientes cuatro aspectos: la validez, la consecuencia lógica, las constantes lógicas, y la verdad lógica. La cuestión filosófica al respecto surge al enfrentar argumentativamente la posibilidad o imposibilidad de considerar tan sólo una única interpretación correcta de los cuatro aspectos arriba señalados.

A partir de la distinción entre diferentes criterios de logicidad: sintácticos, semánticos y estructurales; centraremos nuestra propuesta en la definición de consecuencia lógica con la finalidad de presentar:

[1] La preparación de este artículo se realizó parcialmente bajo el auspicio del proyecto de investigación "*Lógicas del descubrimiento, heurística y creatividad en las ciencias*" (PAPIIT, IN400514) de la Universidad Nacional Autónoma de México.

a. Existe la posibilidad de defender distintas interpretaciones de la validez. Estas interpretaciones deberán cumplir los siguientes criterios: i. toda versión de consecuencia lógica debe satisfacer tres aspectos estructurales: reflexividad, monotonía y corte; ii. toda versión de consecuencia lógica debe cumplir con tres interpretaciones de las expresiones 'caso' y 'se sigue de' de acuerdo con la definición pre-teórica (V): formalidad, normatividad y necesidad.

b. Los sentidos alternativos de consecuencia lógica constituyen el centro del pluralismo lógico, pero no de la rivalidad entre lógicas. La rivalidad no existe en lógica, salvo cuando existen dos sistemas que modelan un mismo tipo de hecho, haya un reemplazo entre algunos de sus principios o constantes, y sus consecuencias sean distintas.

c. De acuerdo con (a) y (b) es posible distinguir entre Sistemas Lógicos, Alternativas y Sistemas Adaptativos Mixtos.

Nuestra presentación entonces se enfoca en defender interpretaciones alternativas de la validez. Estas alternativas refieren a una manera particular de entender pluralismo sin rivalidad. Desde este pluralismo es posible demarcar entre sistemas formales. Algunos de ellos serán auténticos Sistemas Lógicos (clásicos y alternos), algunos otros tan sólo Sistemas Adaptativos Mixtos.

Palabras clave: Consecuencia lógica, Pluralismo lógico, Rivalidad, Alternativas lógicas, Sistemas Adaptativos Mixtos.

Abstract

Much of the literature on the philosophy of logic centers on strong debates on the issue of logicality of logical systems. Logicality as property of a formal system depends on how the logicians define the following four aspects: validity, logical consequence, logical constants, and logical truth. A philosophical question arises about the possibility or impossibility of considering only one correct interpretation of the four aspects mentioned above.

From the distinction between different criteria of logicality: syntactic, semantic and structural; our proposal will focus on the definition of logical consequence in order to provide:

a. It is possible to defend different interpretations of validity. These interpretations must meet the following criteria: i. any version of logical consequence must meet three structural features: reflexivity, monotony and cut; ii. any version of logical consequence must meet three interpretations of the terms 'case' and 'is followed by' (there follows..., from...) according to the pre-theoretical definition (V): formality, normativity and necessity.

b. The alternative ways of logical consequence are at the center of the logical pluralism, but not logical rivalry. Rivalry does not exist in logic, except when there are two systems that model the same type of fact, there is a replacement among some of its principles or constants, and its consequences are different.

c. According to (a) and (b) it is possible to distinguish between Logical Systems, Alternatives and Mixed Adaptive Systems.

Our presentation then focuses on defending the validity of alternative interpretations. These alternatives refer to a particular way of understanding pluralism without rivalry. From this pluralism it is possible to demarcate between formal systems. Some of them will be (classic and alternative) real Logic Systems, some others only Mixed Adaptive Systems.

Keywords: Logical Consequence, Logical Pluralism, Rivalry, Logical Alternatives, Mixed Adaptive Systems.

0. Introducción

Los límites de la lógica pueden trazarse a partir de dos discusiones: i. qué tienen de lógica las extensiones[2] de la lógica clásica (LC) y ii. en qué consiste la logicidad de las lógicas no clásicas (LNC) como complementos o rivales de la LC. Desarrollar cada uno de estos puntos requiere centrarnos en diferentes aspectos *ex. gr.* en el primer caso, comparar las propiedades lógicas que comparten la LC con las lógicas de orden superior, epistémicas, modales, temporales, etc. De acuerdo con el segundo caso, el análisis se centrará *ex. gr.* en si los sistemas no clásicos como los relevantes, la familia paraconsistente, los sistemas no monotónicos, los difusos, etc. mantienen propiedades que los hacen ser no sólo genuinos lenguajes lógicos sino genuinos complementos o rivales de la LC -si esto fuese posible en absoluto- para modelar en muchas casos hechos de naturaleza no lógica, de acuerdo con sus distintas aplicaciones.

Como puede fácilmente intuirse, incluir argumentos exhaustivos para los dos casos anteriores implicaría un trabajo robusto, apasionante y sofisticado que sobrepasa los límites de esta participación, pero que enmarca a todo un proyecto de investigación en Filosofía de la Lógica de nuestro amplio interés. El contenido de este trabajo forma parte de este proyecto amplio que si bien no dejará de incluir algunas reflexiones a partir de (i), particularmente se centrará en (ii) proponiendo una recodificación de la noción de consecuencia lógica, y como efecto de ello, una defensa de dos distintos conceptos de validez. Adicionalmente veremos, a partir de la Lógica de Secuentes, la Lógica Modal y la Lógica por Defecto, cómo sólo algunos casos considerados lógicos satisfacen un criterio genuino de logicidad.

Para alcanzar nuestros objetivos hemos divido este trabajo en cuatro secciones.

La primera sección "Logicidad" tiene como objetivo presentar algunos sentidos de logicidad que han tenido relativa importancia en Filosofía de la lógica. A partir del trabajo de Maciskek (2005)[3] exploramos los siguientes casos: *Constantes lógicas o transparencia para expresiones; Consecuencia Lógica o neutralidad tópica*; *Generalidad o universalidad*

[2] Como se verá en este trabajo, nuestra propuesta por razones epistemológicas y estructurales no hablará de extensiones de la LC, sino *Alternativas* de ésta.

[3] Maciaszek, J., (2005), "*Partial criteria of logicality*", Anales del Seminario de Historia de la Filosofía, Vol. 22 pp. 139-156 .

de las Teorías Lógicas; *Criterios sintácticos y semánticos de logicidad;* y por último, *Logicidad estructural*.

En la segunda sección "Interpretaciones alternas de Consecuencia Lógica. Criterios estructurales y criterios (V')" relacionamos el tema de logicidad estructural con las versiones de consecuencia sintáctica y semántica estándar. Posteriormente, relacionamos estas versiones con algunas aportaciones que han ofrecido Restall y Beall (2000, 2006) para delimitar dos nociones de consecuencia lógica: mundos posibles (preservación necesaria de verdad) y la teoría modelo-teórica de Tarski (*GTT*). A partir de este desarrollo, sostenemos la posibilidad de variaciones en el concepto de validez, a partir de la recodificación de consecuencia. De acuerdo con nuestro punto de vista, este último escenario será el centro de la discusión pluralista respecto a la logicidad de los sistemas lógicos. Por último, a partir de Gabbay (1997) y Restall y Beall (2000) consideramos a los criterios estructurales: reflexividad, monotonía, corte; así como a los criterios (V'): formalidad, normatividad y necesidad; aquellos criterios que toda versión de consecuencia debe satisfacer.

En la tercera sección "Consecuencia lógica: pluralismo sin rivalidad" desarrollamos nuestro enfoque sobre *Lógica*, *Alternativa* y Sistemas Adaptativos Mixtos, como efecto de los criterios de logicidad por consecuencia que hemos aceptado en la segunda sección. Adicionalmente incorporamos una breve explicación de por qué la Lógica puede aceptar sin problema *alternativas* pero difícilmente *rivalidad*.

Por último, en la cuarta sección "Conclusiones. Sistemas Lógicos, Alternativas y Sistemas Adaptativos Mixtos" incluimos un ejemplo de un *Sistema Lógico* (Cálculo de Secuentes de Gentzen), de una *Alternativa* (Lógica Modal) y de un *Sistema Adaptativo Mixto* (Sistema por Defecto), enfatizando en el contraste interpretativo de consecuencia lógica para cada caso. Además de ofrecer algunas consideraciones finales.

1. ¿Qué es la logicidad? Constantes Lógicas, Consecuencia lógica, Generalización de la teoría lógica

En términos generales, la logicidad es un conjunto de propiedades que satisfacen ciertos objetos o relaciones de algunos lenguajes para poder considerarlos como objetos o relaciones lógico(a)s. Como ejemplo de estos objetos o relaciones encontramos: constantes, relaciones clausuradas bajo el concepto de consecuencia, objetos de cuantificación y leyes o principios que determinan el proceso inferencial al interior de cada sistema. Tales componentes permiten axiomatizar o modelar estructuras de carácter lógico-matemático, y en algunos casos, estructuras de carácter extra-lógico (aplicaciones de los sistemas formales).

En consecuencia la logicidad de cualquier sistema lógico puede explicarse a partir de tres niveles analíticos: i. contantes lógicas, ii. consecuencia lógica, y iii. el carácter general o universalidad de las teorías lógicas (*Cfr*. Maciaszek, J., 2005, p. 140). De acuerdo con Maciaskek, siguiendo a Tarski, es posible referirse a (i) en términos de *transparencia para expresiones*, a (ii) en términos de *neutralidad tópica*, y por último, a (iii) en términos de *universalidad*. Veamos rápidamente en qué consiste cada uno de estos casos.

1.1 Constantes lógicas o transparencia para expresiones

De acuerdo con Tarski (1986)[4], la explicación de las constantes lógicas interesante se establece en términos de *invariancia*. La invariancia es una propiedad semántica que cumplen ciertos objetos lógicos al permanecer sin variaciones bajo permutaciones del dominio de interpretación:

> What will be the science which deals with the notions invariant under this widest class of transformations? Here we will have very few notions, all of a very general character. I suggest that they are the logical notions, that we call a notion 'logical' if it is invariant under all possible one-one transformations of the world onto itself". (Tarski, A. y Corcoran, J., 1986, p. 149).

[4] Tarski, Alfred and Corcoran, John (1986) 'What are logical notions?", History and Philosophy of Logic, 7:2, pp. 143-154. (http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01445348608837096)

En "*What a logical notions*?" Tarski aborda dos aspectos importantes[5] para determinar criterios de logicidad: i. se debe contar con un principio de demarcación entre símbolos lógicos (*ex. gr*. 'y', 'algunos', 'no', 'todos', 'o') y símbolos no lógicos (*ex. gr*. 'verde', 'perro', 'casa', 'intuitivamente'); ii. desarrollar un concepto de constante lógica. El propio Tarski en un trabajo anterior (Tarski, 1936)[6] propone una definición semántica de consecuencia: a partir de un lenguaje interpretado, la consecuencia lógica debe entenderse como preservación de la verdad, aun considerando reinterpretaciones de un lenguaje no lógico:

> In this article Tarski proposes an explication of the concept of logical notion. His earlier well-known explication of the concept of logical consequence presupposes the distinction between logical and extra-logical constants (which he regarded as problematic at the time) (Tarski, A. y Corcoran, J., 1986, p. 143).
>
> (F) If in the sentence of the class *K* and in the sentence *X*, the constants, -apart from puraly logical constants- are replaced by any others constants (like sings being everywhere replaced by like signs, and if we denote the class of sentences thus obtained from *K* by '*K*'' and the sentence obtained from *X* by '*X*'', then the sentence *X*' must be true provided only that all sentences of the class *K*' are true (Tarski, 1983, p. 415)[7].

Esto nos conduce al siguiente aspecto.

1.2 Consecuencia Lógica o neutralidad tópica

Otro criterio para determinar el carácter lógico de un lenguaje es mediante la noción de consecuencia lógica. Como se ha visto arriba, el criterio tarskiano de invariancia, relaciona el problema de la definición de símbolos lógicos con el problema de consecuencia. Respecto a este último punto, Tarski utiliza el término de *neutralidad lógica:* una oración α es consecuencia de una clase de oraciones *K sii* se satisfacen dos condiciones: i. no es lógicamente posible que todas las oraciones de *K* sean verdaderas y α falsa; ii. la relación de consecuencia se da al margen de cualquier particular *i.e* de cualquier objeto nombrado o

---

[5] Con la finalidad de ofrecer una explicación del concepto 'noción lógica', Tarski analiza también diferentes casos *ex. gr*., qué se entiende por definiciones normativas y definiciones descriptivas en un lenguaje; analiza cómo la propiedad de la invariancia puede determinarse y jugar un papel en lenguaje de una geometría métrica y una geometría descriptiva, así como en la topología. Un caso más de análisis en este trabajo refiere a señalar si los conceptos matemáticos son conceptos lógicos (Tarski y Corcoran, *Ibidem*, pp. 143-144).

[6] Tarski, Alfred, (1936) "*Ueber den Begriff der logischen Folgerung". Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, pp. 1-11.

[7] Tarski A. "*On the Concept of logical consequence"*, pp. 409-420 in Logic, Semantics, Metamathematics, second edition, Hackett, Indianapolis, 1983.

descrito por las oraciones de *K*. Luego la relación de consecuencia lógica debe ser válida y tópicamente indiferente. De esta propiedad, la expresión *neutralidad lógica* hace sentido: "...one sentence follows logically from a set of sentences if there is no model of the latter which is not a model of the former" (Torrente, M., 1995, p. 125).[8]

La noción de *neutralidad tópica* entonces nos indica que los procesos de derivación deben apegarse a métodos de decibilidad estrictamente lógicos, procesos que, como sabemos, pueden explicitarse *ex. gr.* a partir de la Teoría de la demostración (o prueba) como una teoría que sistematiza las aportaciones de Gerhard Gentzen (1934) a propósito de su trabajo sobre deducción natural y cálculo de secuentes.[9] Como sabemos, una teoría de la demostración a la Gentzen utiliza técnicas matemáticas para inferir oraciones (fórmulas en secuentes) a partir de otras mediante la aplicación de axiomas y reglas de inferencia estructurales. Estos constituyentes de las demostraciones hacen que la teoría sea de carácter eminentemente sintáctico. Lo interesante en este caso, es notar que las reglas estructurales de Gentzen *ex. gr.* la regla axiomática, una estructura deductiva se representa por $P1,P2,...P_i \Rightarrow Q$, donde P_i y Q son fórmulas del cálculo proposicional o de predicados, la dilución (o monotonía) $\Gamma \Rightarrow \Theta/ A, \Gamma \Rightarrow \Theta // \Gamma \Rightarrow \Theta/ \Gamma \Rightarrow:\Theta, A$ y la regla de corte $\Gamma \Rightarrow B,, \Lambda, B \Rightarrow C / \Gamma \Lambda \Rightarrow C$, son claramente neutrales respecto a cualquier tema u tópico.[10]

De lo anterior se sigue un tercer aspecto, la generalidad de una teoría lógica.

---

[8] Gómez, T. Mario, (1998), "*Tarski on Logical Consequence*", Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. 37 (no. 1), 1998, pp. 125-151.

[9] Hay reinterpretaciones de Consecuencia lógica a partir de los trabajos de Tarski de 1930. Un excelente trabajo sobre el tema es el de Palau (2001), "La noción abstracta de Consecuencia lógica". En este trabajo Palau le dedica espacio a la versión tarskiana de consecuencia (su enfoque abstracto), pasa por el enfoque sintáctico de Lewis vía la implicación estricta, para llegar al Cálculo de Secuentes de Gentzen. En la sección cuatro de este trabajo, incluimos brevemente el *Cálculo de Secuentes de Gentzen* para ejemplificar una versión Lógica de consecuencia.

[10] *Cfr*. Legris y Lombardi (1999), "Prolog como un sistema de secuentes", Jornadas de Epistemología de las Ciencias Económicas 1998, Facultad de Ciencias Económicas-Universidad de Buenos Aires Buenos Aires, p. 154. (http://www.econ.uba.ar/www/departamentos/humanidades/plan97/logica/legris/textos/Prologsec.pdf) Como sabemos Tarski (1936) propone una definición semántica de consecuencia lógica. Esta definición la presentaremos en la segunda sección de este trabajo y formará parte de los argumentos a favor de una noción plural de validez.

1.3 Generalidad o universalidad de las Teorías Lógicas

Un criterio de logicidad adicional es lo que Maciaszek (2005), siguiendo a Tarski llama *universalidad de las teorías lógicas*. Al respecto, la universalidad de la lógica se relaciona con dos condiciones extensionales: a. la construcción de los sistemas lógicos debe hacerse con un lenguaje de primer orden con un sólo tipo de variables; b. la aplicación de axiomas y reglas de inferencia deben aplicarse indistintamente a cualquier variable del sistema (Quine, 1960).[11] A la conjunción de estos criterios Maciaszek la nombra: condiciones de cuantificación unívoca. Lo interesante de este criterio es la posibilidad que ofrece para identificar aquellos sistemas cuyos argumentos de sus operadores no sean oraciones o proposiciones, sino nombres o variables que sustituyen a tales oraciones o proposiciones. En este caso, se dice que el sistema no es lógico o bien es extra-lógico al incluir diferentes tipos de variables cuantificadas.

Al respecto, Quine (1960) utiliza este tipo de criterios para diseñar toda una crítica a la lógica modal. Considera que las nociones modales *ex. gr.* necesidad, posibilidad, imposibilidad, contingencia, son incompatibles con una concepción estrictamente extensional de la lógica. En este caso, las lógicas modales son extra-lógicas pues los operadores modales deben anteponerse a nombres de oraciones y no a oraciones, de tal suerte que las descripciones sean interpretadas como nombres. En otras palabras, los argumentos de los operadores modales no son oraciones sino nombres que las sustituyen. En consecuencia, de acuerdo con Quine, el lenguaje de la teoría modal es extra lógico al incluir distintos tipos de variables -violando así, la condición (a) condiciones de cuantificación unívoca[12]:

> Linsky explica el origen del principio de sustituibilidad y presenta el ya famoso contraejemplo de Quine a la lógica modal:
> (9 = al número de los planetas)
> □ (9 > 7)
> Por lo tanto, □ (el número de los planetas es > 7)
> por el principio de sustitutividad de los idénticos. ...Quine concluye que el '9' no tiene una ocurrencia "puramente designativa", sino una ocurrencia indirecta. Pero entonces la cuantificación se vuelve imposible de efectuar en contextos modales. Así, Quine afirma que ' (Ǝx) (x > 7)' no tiene sentido. La alternativa

[11] Quine, (1960), 1960, *Word and Object*, M.I.T. Press, Cambridge, Mass.
[12] En la sección 4, incluimos a la Lógica Modal como un ejemplo de *Alternativa* respecto a un Sistema Lógico.

> que Quine plantea es la siguiente: o se renuncia a la tesis de que la lógica modal es inteligible o se cae en un esencialismo...(Tomasini, A., p. 152).[13]

En suma, los tres criterios de logicidad arriba considerados permiten determinar las condiciones que hacen de un término un término lógico. Este carácter lógico de los términos proviene, entonces, de la aplicación de éste en alguno de los tres siguientes casos: i. si el término se aplica a una explicación de la noción de constante lógica, ii. si el término se aplica a una explicación de la noción de consecuencia lógica; y iii. si el término se aplica a una explicación general o universal de la teoría lógica. En consecuencia, la logicidad de un sistema puede atribuirse a partir de sus expresiones, relaciones y tipos teorías consideradas en su lenguaje. Al respecto, Maciaszek (2005) señala:

> Como hemos visto, podemos predicar el término "lógico", o bien de expresiones, o bien de teorías, o bien de relaciones de consecuencia. Ahora bien, si una teoría T en un lenguaje L con la relación de consecuencia R y el conjunto de expresiones A del lenguaje L es tal que (1) en cada regla de R tienen un rol esencial sólo las expresiones del conjunto A y (2) cada expresión del conjunto A tiene un rol esencial en al menos una regla de R, entonces las tres siguientes sentencias son equivalentes:
> 1. La teoría T es lógica,
> 2. La relación R es una relación de consecuencia lógica,
> 3. El conjunto A es un conjunto de constantes lógicas. (Maciaszek, 2005, pp.144-145).

Ahora bien, una manera interesante para analizar los criterios trabajados en esta sub-sección será distinguiendo entre aquellos compromisos sintácticos y semánticos que tales criterios implican.

1.4 Criterios sintácticos y semánticos de logicidad

Un compromiso sintáctico refiere propiamente a la condición formal de un sistema lingüístico como un cálculo, el cual determinará cuáles son las oraciones o proposiciones derivables en el sistema *i.e.* cuáles son el conjunto de teoremas de tal cálculo. Este criterio es consistente con la manera de conceptualizar diferentes sistemas de la lógica clásica. Un ejemplo de este tipo de cálculos lógicos -en adición al G-Cálculo- puede verse al interior

---

[13] Tomasini, Alejandro, (1977), Reseña, Leonard Linsky, *Names and Descriptions*, The University Press, Chicago and London. https://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=6&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjEzb-oz47PAhXFHD4KHSvrAUEQFgg8MAU&url=http%3A%2F%2Fcritica.filosoficas.unam.mx%2Fpg%2Fes%2Fdescarga.php%3Fid_volumen%3D135%26id_articulo%3D869&usg=AFQjCNEmWTUnzykI0gxYyX3DH46E2vBdUQ)

del programa formalista de David Hilbert. Como sabemos, la teoría de la demostración y los fundamentos lógicos de las matemáticas propuestos por Hilbert (1923) no consiste en un sistema semánticamente interpretado el cual relaciona vocabulario, operadores, axiomas y reglas, con objetos u hechos extra-lógicos. Se trata de un cálculo estrictamente sintáctico:

> In the early 1920s, the German mathematician David Hilbert (1862–1943) put forward a new proposal for the foundation of classical mathematics which has come to be known as Hilbert's Program. It calls for a formalization of all of mathematics in axiomatic form, together with a proof that this axiomatization of mathematics is consistent. The consistency proof itself was to be carried out using only what Hilbert called “finitary” methods. The special epistemological character of finitary reasoning then yields the required justification of classical mathematics. Although Hilbert proposed his program in this form only in 1921, various facets of it are rooted in foundational work of his going back until around 1900, when he first pointed out the necessity of giving a direct consistency proof of analysis (*Cfr*. Zach, Richard, 2016, p. 1).[14]

En cualquier caso, la interpretación de los sistemas lógicos desde la perspectiva formalista, consiste en una noción técnica, la cual determinará el conjunto de teoremas del lenguaje y sus condiciones de decidibilidad. La logicidad para la consideración sintáctica, entonces se establece al considerar un cierto lenguaje formal y un *cálculo* que determinará por medio de axiomas y reglas, cuáles son las expresiones derivables de su lenguaje *i.e*. sus teoremas.

Por su parte, una consideración semántica de logicidad se relaciona con aquellas condiciones, estructuras lógicas y reglas de interpretación, desde las cuales es posible determinar el valor semántico de las diferentes fórmulas de un lenguaje. Para ejemplificar este caso, las contribuciones de Tarski (1944)[15] son claramente relevantes. De acuerdo con Tarski, cualquier interpretación de un sistema lógico satisface una relación entre: funciones, oraciones y una teoría específica de verdad:

> There are certain general conditions under which the structure of a language is regarded as exactly specified. Thus, to specify the structure of a language, we must characterize unambiguously the class of those words and expressions which are to be considered meaningful. In particular, we must indicate all words which we decide to use without defining them, and which are called "undefined (or primitive) terms"; and we must give the so-called rules of definition for introducing new or defined terms. Furthermore, we must set up criteria for distinguishing within the class of expressions those

[14] Zach, Richard, "Hilbert's Program", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/hilbert-program/>.

[15] Tarski, A., (1944), “*The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics*”, *Philosophy and Phenomenological Research*, 4, pp. 341–376.

> which we call "sentences." Finally, we must formulate the conditions under which a sentence of the language can be asserted. In particular, we must indicate all axioms (or primitive sentences), i.e., those sentences which we decide to assert without proof; and we must give the so-called rules of inference (or rules of proof) by means of which we can deduce new asserted sentences from other sentences which have been previously asserted. Axioms, as well as sentences deduced from them by means of rules of inference, are referred to as "theorems" or "provable sentences." (Tarski, 1944, p. 346)

La logicidad para esta concepción de lógica, viene entonces por la existencia de una semántica en términos de una teoría de la asertabilidad-verdad, y la posibilidad de distinguir entre los términos significativos para el lenguaje y las oraciones que pueden ser deducidas desde el cálculo a partir de sus reglas de inferencia. En consecuencia, una consideración semántica de este tipo puede ser consistente con la intención de mantener diferentes tipos de lógica en tanto puedan integrarse al sistema diferentes tipos de teorías de la verdad. Si esto es correcto, entonces se podrían incorporar diferentes explicaciones del predicado 'ser verdadero' mediante conceptos como, modalidad, creencia, conocimiento, tiempo. Un criterio semántico de este tipo aplicado a los sistemas lógicos podría permitir la atribución de: i. logicidad para alternativas de la lógica clásica; ii. un grado de logicidad para desarrollos de sistemas no clásicos.

Si bien el criterio sintáctico y semántico de logicidad son distintos, ambos comparten dos condiciones lógicas para la construcción y aplicación de sistema axiomáticos sencillos: i. consideran una noción de demostración, y ii. satisfacen propiedades metalógicas como: corrección y completitud.

1.4.1 Demostración, corrección y completitud

De acuerdo con el punto (i) -anterior-, cualquier sistema lógico debe especificar el conjunto de fórmulas demostrables en su lenguaje, así como, la especificación de nociones como validez y consecuencia lógica:

> Tarski's proposal consists in making tighter the requirement expressed by condition (F), so as to incorporate the idea that a logically correct argument cannot be reinterpreted in such a way that the premises become true and the conclusion false; in other words, the idea that a sentence X is a logical consequence of a set of sentences K when every interpretation on which all the sentences of K are true is an interpretation on which X is true (or, to use a

common terminology, when every interpretation preserves the truth of the premises in the conclusion). (Torrente, Mario, 2015)[16]

A partir de lo anterior es posible obtener:

- Una fórmula es válida o universalmente valida, si y sólo si, toda estructura la hace verdadera. Mediante $\vDash \varphi$, se indica que la fórmula φ es válida.

- Una fórmula φ es consecuencia lógica de un conjunto de fórmulas Γ, lo que se escribe $\Gamma \vDash \varphi$, si y sólo si toda estructura que hace verdadera Γ hace también verdadera φ. En palabras de Tarski (1983*): An argument is **valid**$_x$ if and only if in every **case**$_x$ in which the premises are true, so is the conclusion.*[17]

Lo interesante de este tipo de definiciones es notar que mientras la noción de validez formaliza la idea de principio lógico o tautología (proposiciones necesariamente verdaderas), la noción de consecuencia lógica formaliza la idea de *seguirse necesariamente* en el caso de la lógica deductiva. Aspectos finamente relacionados y que fijan la logicidad de los sistemas que integran ambas nociones.
Respecto al punto (ii) -anterior-, aun cuando la logicidad para la consideración sintáctica se determina mediante la definición de cálculos, mientras que, para la consideración semántica la logicidad de un sistema se establece mediante la interpretación del lenguaje a partir de alguna teoría de verdad, es posible relacionar, como se ha señalado, ambos casos mediante las propiedades metalógicas que satisfacen: corrección y completitud:

Corrección: Todos los teoremas que demuestran un sistema axiomático sencillo son fórmulas válidas.

Completitud: Todas las fórmulas válidas son teoremas demostrables en el sistema.[18]

---

[16] Gómez-Torrente, Mario, "Alfred Tarski", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2015 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2015/entries/tarski/>.
[17] Tarski, A. (1983), "*On the Concept of Logical Consequence*", translation of Tarski 1936 by J.H. Woodger in Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics, second edition, ed. by J. Corcoran, Hackett, Indianapolis, 1983, pp. 409–20.
[18] De acuerdo con Fernando Soler (2012):

> La posibilidad de definir cálculos completos y correctos para multitud de lógicas (no para todas, ya que los resultados de Gödel 1931 prueba que no es posible definir cálculos

Las definiciones de corrección y completitud suponen la noción de consecuencia lógica -ya en términos sintácticos, ya en términos semánticos. En el caso de la perspectiva sintáctica, la consecuencia queda definida con la noción de *derivación i.e.*

en un sistema axiomático, A es consecuencia lógica de Γ si se satisface las siguientes propiedades: [19]

(1) Reflexividad: $\Gamma \vdash A$, si $A \in \Gamma$ (Toda fórmula es consecuencia de un conjunto que las contenga).

(2) Monotonía: $\Gamma \vdash A$, entonces $\Gamma \cup \{B\} \vdash A$ (Si una fórmula es consecuencia de cierto conjunto, entonces sigue siendo consecuencia aunque se añadan más premisas).

(3) Corte: $\Gamma \vdash B$ y $\Gamma \cup \{B\} \vdash A$, entonces $\Gamma \vdash A$ (Nos permite sustituir una premisa φ por un conjunto de fórmulas del que φ se siga).

En el caso del enfoque semántico, la noción de consecuencia se explica en los siguientes términos:

$\Gamma \vDash A$ *i.e.* A es consecuencia semántica del conjunto de oraciones Γ si y sólo si, toda interpretación que hace verdaderas a las oraciones de Γ hace verdadera a la oración A:

> In terms of the defined notion of satisfaction, Tarski introduces the notion of a model of a sentence. A model of a sentence S is an interpretation that satisfies the sentential function S′ determined by S; more generally, a model of a set of sentences K is an interpretation that satisfies all the sentential functions determined by sentences of K. And in terms of the defined notion of model Tarski proposes his defined notion of logical consequence. A sentence X is a (Tarskian) logical consequence of the sentences in set K if and only if every model of the set K is also a model of sentence X (cf. Tarski 1983c, p. 417). (Torrente, 2015).

Notemos que las propiedades de la noción de consecuencia semántica son análogas a las propiedades de la noción de consecuencia sintáctica, de hecho (1'), (2') y (3') pueden considerarse los análogos semánticos de la reflexividad, la monotonía y corte.

---

completos para ciertas lógicas de orden superior) hace que las dos concepciones de la lógica, inicialmente separadas se complementen.

Soler, Toscano Fernando (2012), "¿Qué es lo lógico?" La logicidad dentro y fuera de la lógica, Revista de Humanidades, 19, p. 200.

[19] Como sabemos, el concepto de sintaxis fue introducido por Carnap (1936), en esta obra (*The Logical Syntax of Language*) dio por primera vez la más clara exposición de consecuencia sintáctica desde el nivel metalingüístico.

(1') Reflexividad: $\Gamma \vDash A$, si $A \in \Gamma$.

(2') Monotonía: $\Gamma \vDash A$, entonces $\Gamma \cup \{B\} \vDash A$

(3') Corte: $\Gamma \vDash B$ y $\Gamma \cup \{B\} \vDash A$, entonces $\Gamma \vDash A$

Así, ambas nociones de consecuencia, sintáctica y semántica, convergen mediante las propiedades metalógicas de consistencia y completitud. Estos elementos en general forman parte entonces de aquellos aspectos que establecen la logicidad de los distintos sistemas clásicos.

1.5 Logicidad estructural

Por último, quisiéramos exponer brevemente en esta sección un criterio de logicidad denominado: *criterio de logicidad estructural* a partir de Gabbay (1997) [20] y Soler (2012). El criterio estructural se centra en las propiedades que una relación debe satisfacer para considerarse una relación de consecuencia lógica. Estas propiedades son independientes al sistema lógico en uso y a las condiciones que establecen las concepciones sintáctica y semántica para el desarrollo de un lenguaje lógico o teoría lógica.[21]

Como hemos señalado en la sección anterior las propiedades estructurales más básicas de la relación de consecuencia lógica clásica son: reflexividad, monotonía y corte. De acuerdo con el criterio estructural, la logicidad consiste en que la relación de consecuencia: "posea al menos ciertas variantes más débiles de las propiedades anteriores. A las lógicas que no cumplen algunas de estas propiedades se les denomina lógicas subestructurales". (Soler, 2012, p. 201).

Como sabemos, de acuerdo con la lógica estándar es posible distinguir al menos tres tipos de argumentos: deductivos, inductivos y abductivos. En términos estrictos, sólo los argumentos que forman parte del primer caso forman parte de los objetos de explicación de la lógica, pues su logicidad consiste en formalizar las relación de necesidad existente entre premisas y conclusión. Los últimos dos casos no incluyen argumentos cuyas relaciones entre el conjunto de premisas y el conjunto de proposiciones puedan formalizarse en

[20] Gabbay, Dov M., (1997), *Labelled Deductive System*, Oxford University Press, Oxford.

[21] El criterio estructural, como veremos más adelante, será el terreno que se encuentra a la base de nuestra defensa a una noción plural de validez.

términos necesarios, sino en términos de probabilidad o plausibilidad correspondientemente. Respecto al tema de la logicidad de los lenguajes, lo anterior es relevante pues la explicación estándar de la logicidad se establece en términos exclusivamente deductivos, aun cuando los argumentos inductivos y abductivos formen parte importante de las explicaciones científicas y del tipo de inferencias que hacemos en la vida cotidiana.

La consideración anterior nos permite preguntarnos sobre la logicidad de sistemas que intentan formalizar y explicar objetos y hechos que tradicionalmente no se consideran dentro de la teoría lógica clásica. ¿Es posible fijar un tipo de logicidad para sistemas no clásicos?

De acuerdo con nuestro enfoque, los sistemas no clásicos (no necesariamente rivales) pueden formar parte de dos tipos de conjuntos: i. alternativas y ii. sistemas adaptativos mixtos. Las alternativas son sistemas que nos permiten razonar sobre aspectos no considerados por la lógica clásica *ex. gr*. condiciones modales, epistémicas, temporales, etc. Aunque en todos estos casos los principios de la lógica clásica siguen siendo válidos. Los sistemas adaptativos mixtos, por su parte, se caracterizan por considerar inútiles algunos principios de la lógica clásica, además de enfatizar en sus aplicaciones (*Cfr*. Tercera y Cuarta sección de este trabajo). Casos ejemplares de esta condición son la familia paraconsistente y las lógicas multivaluadas. Para las primeras el principio de no contradicción no funciona, mientras para las segundas es necesario integrar valores intermedios de verdad para la axiomatización o modelaje de sistemas lógicos. Si consideramos estos casos -y casos análogos *ex. gr*. sistemás no-monotónicos- qué podemos decir sobre la logicidad. Brevemente, siguiendo a Soler (2012) podemos señalar lo siguiente.

De acuerdo con el criterio de logicidad sintáctico un sistema es lógico si está constituido por un cálculo definido mediante axiomas y reglas. Si los sistemas no clásicos pueden axiomatizarse mediante la definición de un cálculo semejante entonces satisfacen el criterio sintáctico.

De acuerdo con el criterio de logicidad semántico el carácter lógico de un sistema se establece a partir de una interpretación o teoría de la verdad para el lenguaje formal que lo constituye. En este caso, los sistemas no clásicos *parecen* escenarios idóneos para incorporar concepciones alternativas de la verdad en sus versiones de consecuencia, luego, es posible que existan sistemas no clásicos que satisfagan el criterio semántico.

De acuerdo con el criterio de logicidad estructural, se requiere identificar cuáles de los sistemas no clásicos disponibles satisfacen en algún grado las propiedades que una relación debe satisfacer para considerarse una relación de consecuencia lógica: reflexividad, monotonía y corte. Evidentemente, hay sistemas no clásicos que no cumplen con las tres propiedades anteriores, particularmente con la monotonía.[22] En estos casos, como hemos señalado arriba, se considerará a tales sistemas subestructurales o mixtos.

Hemos hecho un recorrido por diferentes maneras de explicar la logicidad. En la siguiente sección relacionaremos algunos de los aspectos de los criterios sintácticos, semánticos y estructurales con la finalidad de definir nuestra posición sobre el tema de logicidad y pluralismo de consecuencia. Esto a su vez constituye un paso intermedio hacia una defensa plural de la validez basada en: i. es posible defender una definición plural pero acotada de consecuencia lógica, y ii. todo sistema formal para considerarlo lógico debe cumplir con los requisitos estructurales, así como con los requisitos señalados por (V'): formalidad, normatividad y necesidad. Estos criterios nos permitirán a su vez defender un pluralismo lógico sin rivalidad.

2. Interpretaciones alternas de Consecuencia Lógica. Criterios estructurales y criterios (V')

El pluralismo lógico (PL) agrupa diferentes tesis acerca de lo que la lógica es y cuántos tipos de lógicas existen.

El PL desarrollado por Restall y Beall (2000, 2001, 2006) incluye una re-interpretación de las constantes lógicas clásicas y una recodificación de la relación de consecuencia lógica.

---

22 El uso de la lógica en las ciencias de la computación y en inteligencia artificial nos han hecho llegar a sistemas no monótonos. Es decir, lenguajes donde la propiedad de monotonicidad (las hipótesis de cualquier hecho derivado pueden extenderse libremente con supuestos adicionales) no es satisfecha. Este rasgo nos permite considerar a la familia no-monotónica como sistemas adaptativos mixtos y no como genuinas lógicas (*Cfr*. Tercera y Cuarta sección de este trabajo).

Estos autores, a su vez, relacionan ambos aspectos a partir de diferentes interpretaciones de la *Generalized Tarski Thesis* (*GTT*) propuesta por Tarski (1983):

> An argument is ***valid***$_x$ if and only if in every ***case***$_x$ in which the premises are true, so is the conclusion.

De acuerdo con Restall y Beall (2006)[23], la tesis anterior puede interpretarse de la siguiente manera:

> Una conclusión *A* **se sigue** del conjunto de premisas *Z* si y sólo si en todo ***caso***$_x$ en que cada oración de *Z* sea verdadera, *A* también es verdadera.

Como hemos señalado en la primera sección, la interpretación de consecuencia lógica es un aspecto central para atribuir logicidad a los sistemas formales clásicos y a sus alternativas. Con la finalidad de identificar los argumentos ofrecidos por Restall y Beall a favor de un pluralismo de consecuencia es importante disponer de manera compacta la versión sintáctica y semántica estándar de esta relación lógica, y a partir de esta exposición notar sus posibles versiones.

2.1 Logicidad y Consecuencia Lógica Sintáctica (CLS): ‘ Γ ' *(consistencia)*

La CLS queda definida por una teoría de prueba o demostración al interior de *ex.gr*. un G-cálculo o un H-cálculo (*Cfr*. Palau, 2001)[24]:

una conclusión *A* es una CL de las premisas Γ ($\Gamma \vdash A$) cuando existe una demostración de *A* desde Γ, axiomas de *L* y reglas de inferencia.

La anterior versión de consecuencia puede ejemplificarse mediante algún procedimiento de deducción natural. Como sabemos estos mecanismos son medios sintácticos que nos permiten demostrar la validez de un razonamiento o bien la teoremicidad de una fórmula o secuente en un cálculo, por medio de un método y reglas de inferencia finitos. Decimos entonces que es posible justificar la afirmación de A como un teorema desde Γ ($\Gamma \vdash A$) si y

[23] Resstall and Beall (2006), *Logical Pluralism*, Oxford University Press, Oxford.
[24] Palau, Gladys, (2001), "La noción abstracta de consecuencia lógica", Buenos Aires.

sólo si A es decidible desde axiomas, hipótesis y reglas de inferencia. En el caso de la lógica proposicional la siguiente demostración es un ejemplo:[25]

Demostrar: $\vdash P \rightarrow (R \rightarrow (S \rightarrow T))$

1. $P \wedge R$	PREMISA
2. $R \rightarrow (— S \vee T)$	PREMISA
3. R	Simpl. 1
4. $(— S \vee T)$	MP. 2,3
5. $(S \rightarrow T)$	DC. 4
6. P	Simpl.1
7. $R \rightarrow (S \rightarrow T)$	Condi. 5
8. $P \rightarrow (R \rightarrow (S \rightarrow T))$	**Condi. 7**

Partimos del supuesto sobre la verdad de todas las fórmulas del cálculo se cumple, entre ellas (1) y (2). Mediante la aplicación de reglas de inferencia específicas podemos descubrir que otras fórmulas también se cumplen (3 - 7). Desde el caso anterior, decimos que $P \wedge R$, $R \rightarrow (— S \vee T) \vdash P \rightarrow (R \rightarrow (S \rightarrow T))$ se cumple *i. e.* el razonamiento (1-8) es sintácticamente válido. Luego, $P \rightarrow (R \rightarrow (S \rightarrow T))$ es un teorema del cálculo, es un secuente (consecuente unitario) del cálculo. De otra manera, $P \rightarrow (R \rightarrow (S \rightarrow T))$ es consecuencia lógica de $P \wedge R$, $R \rightarrow (— S \vee T)$.

Respecto a la CL semántica consideremos lo siguiente.

2.2 Logicidad y Consecuencia lógica semántica' Γ ' (satisfacibilidad V)[26]

Preliminares (sea $\Gamma = \varnothing$ toda valuación V satisface a Γ)

1. Decimos que una valuación (V) satisface una fórmula A si V(A) = 1

[25] Notemos que la relación de CLS '$\vdash$ A' queda definida exclusivamente mediante un método sintáctico cuya propiedad fundamental es la consistencia. La consistencia es una propiedad formal que pueden tener los conjuntos de fórmulas de un lenguaje: intuitivamente, un conjunto de fórmulas β es consistente cuando no contiene una contradicción *i.e.* si p puede ser deducido de de β (β $\vdash$ p) entonces su negación — p no puede deducirse desde β. La CLS no considera algún modelo de satisfacibilidad (V) para las fórmulas del cálculo.

[26] Decimos que una fórmula A es satisfacible si y sólo si hay una interpretación **Γ** tal que **Γ** (A) = 1. En términos semánticos decimos que las siguientes afirmaciones son equivalentes:

Todo modelo de las premisas es un modelo de la conclusión. Toda interpretación satisfacible en el modelo es satisfacible en la proposición que implica semánticamente. Toda valuación que satisface a **Γ** también satisface a **A ($\Gamma \models$ A)**.

2. Decimos que una valuación (V) satisface un conjunto de fórmulas $\Gamma \subseteq F_{m,}$ si V satisface todas y cada una de las fórmulas de Γ , es decir V(A) = 1 para toda fórmula $A \in \Gamma$

Teorema: Sea $\mathbf{\Gamma = \{A_1, A_2, A_3, \ldots, An\} \subseteq}$ F_m

1. $\Gamma = \{A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n\}$ es satisfacible *sii* $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \ldots A_n$ es satisfacible
2. $\Gamma = \{A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n\}$ es insatisfacible *sii* $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \ldots A_n$ es una contradicción.

1 y 2 son decidibles *ex. gr*.

P Q	**((P** → Q)	**Λ**	**— P))**	**⇒**	**— P ∨ Q**
0 0	0 1 0	1	1 0	**1**	1 0 1 0
0 1	0 1 1	1	1 0	**1**	1 0 1 1
1 0	1 0 0	0	0 1	**1**	0 1 0 0
1 1	1 1 1	0	0 1	**1**	0 1 1 1

Así:

	Hipótesis 1	**Hipótesis 2**	**Conclusión**
P Q	**P** → Q	**— p**	**— P ∨ Q**
0 0	1	1	1
0 1	1	1	1
1 0	0	0	0
1 1	1	0	1

En cada interpretación donde P → Q y — P (las dos) son verdaderas — P ∨ Q también.

Decimos que ((P → Q) Λ — P)) ⊨ — P V Q , *i. e.* — P V Q es consecuencia semántica de P → Q y — P **.** Esto es, todo modelo de P → Q, — P es un modelo de — P V Q. Toda interpretación satisfacible en P → Q, — P es satisfacible — P V Q que implica semánticamente. Toda valuación que satisface a P → Q, — P también satisface a — P V Q (para la contraparte sintáctica — P V Q se deduce -es un consecuente unitario- de P → Q y — P por las reglas: definición del condicional y simplificación).

Veamos ahora cómo se explica lo anterior en términos axiomáticos.

Consecuencia Semántica (CLSe)

Por definición: $\mathbf{\Gamma \cup \{A\} \subseteq}$ F_m

A es una consecuencia semántica de **Γ** **'** $\mathbf{\Gamma \vDash A}$**'** *sii* toda valuación que satisface a **Γ** también satisface a **A.**

$$\Gamma \vDash A \Leftrightarrow \text{para toda valuación V tal que } V(\Gamma) = 1 \text{ y } V(A) = 1$$

Luego:

$$\vDash A \Leftrightarrow A \text{ es una tautología respecto } \Gamma$$

Así notacionalmente es correcto:

Sea $\Gamma = \{A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n\}$, $\Gamma \vDash A$:

$\{A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n\} \vDash A$

$A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n \vDash A$

$A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \ldots A_n$

Algunas propiedades de la consecuencia lógica

Sean $\mathbf{\Gamma \cup \{A, B\} \subseteq}$ F_m

1. $A \vDash A$ toda fórmula es consecuencia semántica de sí misma (Reflexividad).
2. Si $\Gamma \vDash A$ y $A \vDash B$ entonces $\Gamma \vDash A$ (Transitividad).
3. Si $A \in \Gamma$ entonces $\Gamma \vDash A$
4. Si $\Gamma \vDash A$ y $\Gamma \subseteq \Delta$ entonces $\Delta \vDash A$ (si de un conjunto de hipótesis se sigue una conclusión, agregando hipótesis al conjunto, la conclusión sigue siendo consecuencia semántica: Monotonía).[27]

De lo anterior se sigue el *Teorema de la Deducción*:

Sean $\mathbf{\Gamma \cup \{A, B\} \subseteq}$ F_m

$\Gamma \cup \{A\} \vDash B$ *sii* $\Gamma \vDash A \rightarrow B$

Corolario 1: Sean $A, B \in F_m$: $A \vDash B$ *sii* $\vDash A \rightarrow B$ (toda implicación semántica es consistente)

[27] Como se ha señalado desde la primera sección, tanto la CLS como la CLSe satisfacen las propiedades estructurales de reflexividad, monotonía y corte.

Corolario 2: Para todo conjunto $\Gamma \cup \{A, B\} \subseteq F_m$

$\Gamma \vDash A$ *sii* $\Gamma \cup \{—A\}$ es insatisfacible (o lo que es lo mismo si $\Gamma = \emptyset$, A es tautología *sii* — A es insatisfacible.

Teorema de Compacidad

Sean $\boldsymbol{\Gamma \cup \{A, B\}} \subseteq F_m$

$\Gamma \vDash A$ *sii* $\Gamma_o \vDash A$ para $\Gamma_o \subseteq \Gamma$, Γ_o finito

(Una fórmula A es consecuencia semántica de un conjunto de fórmulas Γ *sii* existe un subconjunto finito Γ_o de Γ tal que A es consecuencia semántica de Γ_o)

Teorema: Sea $\Gamma \subseteq F_m$ entonces Γ es satisfacible *sii* todo subconjunto de Γ es satisfacible.

Teorema: Sea $\Gamma \subseteq F_m$ entonces Γ es insatisfacible *sii* todo subconjunto de Γ es insatisfacible.

La completitud de la lógica clásica puede justificarse en términos de la definición de la consecuencia semántica que hemos visto:

La lógica proposicional es ***Completa***:

$\Gamma \vDash A \Rightarrow \Gamma \vdash A$ $\qquad$ $\vDash A \Rightarrow \vdash A$ (desde Post, Kalmar; Gödel)

La lógica proposicional es ***Completa*** (desde Henkin por lema que vincula satisfacibilidad con consistencia):
Todo conjunto consistente es satisfacible luego:

$$\vDash A \Rightarrow \vdash A \Leftrightarrow \vdash A \vDash A$$

(bajo la restricción, claro está, que la consistencia sea interpretada podemos establecer el bicondicional: si es satisfacible es consistente y viceversa).

Ahora bien, ¿cómo a partir de lo anterior es posible defender variaciones en la definición de consecuencia lógica? Veamos a continuación en qué términos es posible aceptar al menos dos versiones alternas de validez, en función de reinterpretaciones de consecuencia.

2.3 Pluralismo de Consecuencia.

Adecuaciones a la definición pre-teórica (V) de consecuencia: 'caso' y 'se sigue de'

De acuerdo con el PL es posible aceptar diferentes versiones de la relación de consecuencia a partir de la definición semántica estandar. El centro del análisis radica en posibles alternativas para explicar $valid_x$ *y* $case_x$. Las lógicas alternas asumen con ello nuevas interpretaciones de la *GTT*: *An argument is* $valid_x$ *if and only if in every casex in which the premises are true, so is the conclusion*.

Ahora bien, ¿en qué sentido las alternativas sostienen el requisito de *la preservación de la verdad* en tanto la propiedad fundamental de cualquier inferencia lógica? Esta pregunta abre la discusión no sólo sobre la posibilidad de un pluralismo de consecuencia, sino sobre las condiciones de aceptabilidad de sus distintas versiones *i.e*. sobre las condiciones que hacen posible atribuir logicidad a los distintos sistemas formales. Se trata de una pregunta importante pues permite delimitar la relación entre logicidad, consecuencia lógica y pluralismo.

¿Por qué hablar de logicidad y pluralismo a partir de la noción de consecuencia lógica? Si bien, como se ha señalado en la primera sección de este trabajo, la logicidad como propiedad de un sistema formal puede depender de cómo los lógicos definen consecuencia lógica, verdad lógica y constantes lógicas, consideramos que entre estos aspectos, el más fundamental es el primero de ellos. Esto es, la lógica tiene como objeto de explicación primaria la consecuencia, pues de ella depende el centro de la disertación lógica: el razonamiento correcto. Por ello, si existe la posibilidad de mantener un pluralismo lógico o no, a la base de tal posibilidad se encuentra la especificación de condiciones que debe satisfacer todo argumento para considerarlo un argumento válido en un sistema, o de otra manera, un argumento donde la conclusión se siga necesariamente de las premisas:

> If anything, we think of the consequence relation itself as the primary subject of logic, and view logical truth as simply the degenerate instance of this relation: logical truths are those that

> follow from any set of assumptions whatsoever, or alternatively, from no assumptions at all. (Etchemendy, 1988, p. 74)[28]

La consecuencia (en tanto relación) y la validez (en tanto propiedad de algunos argumentos) son dos conceptos que van de la mano. Un argumento es válido si el teorema que se demuestra, en efecto, es consecuencia lógica de sus premisas:

> Formal logic is the science of deduction. It aims to provide systematic means for telling whether or not given conclusions follow from given premises, i.e., whether arguments are valid or invalid . . .
>
> Then the mark of validity is absence of counterexamples, cases in which all premises are true but the conclusion is false. (Jefrey, 1991, p.1)[29]

Ahora bien, la expresión 'se sigue de' ¿sólo puede interpretarse en términos deductivos? ¿existe alguna posibilidad de explicar la relación *B se sigue de A* o *B es consecuencia de A*, en términos no clásicos *i.e*. en términos alternos a las dos maneras que hemos señalado al inicio de esta sección? ¿Para las lógicas alternas[30] qué quiere decir que una fórmula se siga de un conjunto de otras fórmulas? ¿Para las lógicas alternas, qué casos están incluidos en la noción de validez? Al parecer la definición anterior considerada por Jefrey (1991) no ofrece una explicación de la naturaleza de la validez, de la naturaleza de los argumentos válidos: *Difficulties in applying this definition arise from difficulties incanvassing the cases mentioned in it* . . . (Jefrey, *Ibidem*, p.1)

En esta línea, parte del trabajo de Restall y Beall (2000)[31] está dedicado a investigar cuáles podrían ser las especificaciones de los casos incluidos en tal noción. De acuerdo con estos autores existe más de una lógica correcta a partir de una versión pluralista de la consecuencia basada en tres principios:

> 1. The pretheoretic (or intuitive) notion of consequence is given in (V).
>
> 2. A logic is given by a specification of the cases to appear in (V). Such a specification of cases can be seen as a way of spelling out truth conditions of the claims expressible in the language in question.

---

[28] Etchemendy, J. (1988), "*Tarski on truth and logical consequence*". Journal of Symbolic Logic, 53(1), pp. 51–79.
[29] Jefrey, R. C., (1991), Formal Logic: its scope and its limits, McGraw Hill.
[30] Para identificar qué es lo que estamos entendiendo por *Alternativa*, el lector puede dirigirse a las secciones tres y cuatro de este trabajo.
[31] Restall and Beall, (2000), "*Logical Pluralism*", version of March 28, 2000.

> 3. There are *at least two* different specifications of cases which may appear in (V). (Restall and Bell, 2000, pp.2-3)

Como puede advertirse, a la base de los principios se encuentra una forma particular de explicar 'caso' desde la defininción (V):

> (V) A conclusion A follows from premises if and only if any **case** in which each premise in Σ is true is also a **case** in which A is true. Or equivalently, there is no case in which each premise in Σ is true, but in which A fails to be true. (Restall and Bell, 2000, p. 2)[32]

La aplicación de (1), (2) y (3) a (V) tiene el propósito de ampliar la noción de validez a partir de variaciones en la cuantificación de 'caso'. De acuerdo con esta propuesta, la interpretación de 'caso' debe incluir distintas interpretaciones veritativas de las proposiciones de un sistema. Estas nuevas condiciones de verdad están ligadas a formas distintas de *casos aceptables*. En consecuencia, estas especificaciones definirán la posible logicidad de una estructura formal.

A manera de ejemplo, Restall y Beall incluyen la siguiente condición para identificar *casos aceptables*:

Ω = A Λ B es verdadera en *x sii* A es verdadera en *x* y B es verdadera en *x*.

Donde A y B son proposiciones y *x* un caso. De acuerdo con este ejemplo, se dice que Ω presupone no sólo cuándo una conjunción es verdadera en L, sino indica cuándo una conjunción es verdad en tal caso. Esto determinará alguna información sobre validez en L. A partir de Ω, la relación A Λ B para A, se explica en los siguientes términos:

para cualquier caso *x*, si A Λ B es verdadera en *x* entonces A es verdadera en *x*, por Ω.

Esta propuesta considera, que todo sistema cuyo lenguaje incluya este nivel de especificaciones se tratará de un sistema lógico. El carácter pluralista de consecuencia se encuentra a la base de la propuesta. La definición (V) admite diferentes sentidos de cuantificar 'casos', por lo que si hay diferentes posibilidades de interpretar este elemento básico para la definición de validez -de acuerdo con (V), existen diferentes posibilidades para defender la idea de que existe más de una lógica correcta.

[32] La negritas son nuestra responsabilidad.

Rápidamente hagamos algunas precisiones. La primera alternativa que utilizan Restall y Beall para interpretar 'casos' se da mediante la noción de *mundos posibles*. Considerando esta opción tenemos que:

Ω' = A Λ B es verdadera en *w sii* A es verdadera en w y B es verdadera en *w*.

Φ = A V B es verdadera en *w sii* A es verdadera en *w* o B es verdadera en *w*.

β = — A es verdadera en *w sii* A no es verdadera en *w*.

En el caso de aceptar que todos los objetos de los mundos posibles tengan un nombre, entonces tenemos las siguientes funciones cuantificadas:

H = ∀xA(x)es verdadera en *w siii* para cada objeto b en *w*, A(b) es verdadera en *w*.

K = ∃xA(x) es verdadera en *w sii* para algún objeto b en *w*, A(b) es verdadera en *w*.

A partir de lo anterior la noción de validez se especifica:
si es válida la inferencia desde A Λ B hacia A, según Ω, también serán válidas las inferencias desde A hacia A V B, desde A Λ (B V C) hacia (A Λ B) V C, desde ∀x (A V B) hacia ∀xA V ∃xB, etc.

Si los casos se cuantifican universalmente, abarcan todos los mundos posibles, entonces un argumento es válido si y sólo si en cualquier mundo en el que las premisas sean verdaderas, lo será también la conclusión. Este resultado, de acuerdo con la propuesta, cumple la consideración más básica sobre la validez: *preservación necesaria de verdad*. (*Cfr*. Restall y Beall, 2000, p. 4)[33]

Veamos ahora la segunda alternativa desde Restall y Beall (2000). La expresión 'casos' desde (V) puede formularse a partir de la teoría modelo-teórica de Tarski. En este caso, asumiendo la condición estrictamente formal que guarda la noción de validez, los autores

[33] Esta noción de validez no es sólo consistente con la noción formal que considera, negaciones, conjunciones, disyunciones y cuantificadores sino, por ejemplo, con cláusulas compuestas por términos no sintácticos. Por ejemplo:
ɑ es roja es verdadera en w sii ɑ es roja en w.
ɑ está coloreada es verdadera *en w sii a está coloreada en w*.
Lo cual hace que desde la versión de *mundos posibles*, el argumento: desde ɑ es roja hacia ɑ es roja está coloreada, sea un argumento válido. Pero como se verá más adelante, un argumento del tipo anterior desde la tradición lógica será también inválido. Se anticipa con ello una versión distinta de validez.

consideran a la noción de *modelo* una posibilidad re-interpretativa de la validez en el marco de un lenguaje lógico de primer orden. Como sabemos, un modelo tarskiano, M, es una estructura que comprende:

1. Un conjunto no vacío D, el dominio; y
2. Una función I, la interpretación. (1) y (2) satisfacen las siguientes condiciones:

i. I(E) es un elemento de D, si E es un nombre (en un lenguaje dado);
ii. I(E) es un conjunto ordenado de n-tuplas de D-elementos, si E es un n-lugar predicado. (*Cfr*. Restall y Beall, 2000, p. 5)

Considerando lo anterior, al utilizar un modelo para interpretar el lenguaje, se obtiene:

- Si α es una asignación de variables de D-elementos a variables, entonces I_α $(x) = \alpha$ (x). Si ɑ es un nombre, $I_\alpha (a) = I$ (ɑ).
- $Ft_1...Ft_n$ es verdadero en M, α sii $<I_\alpha (t_1,...I_\alpha (t_n)> \in I(F)$.
- A $\wedge$ B es verdadera en M, α sii A es verdadera en M, α y B es verdadera en M, α.
- A V B es verdadera en M, α sii A es verdadera en M, α o B es verdadera en M, α.
- — A es verdadera en M, α sii A no es verdadera en M, α.
- $\forall$xA es verdadera en M, α sii A es verdadera en M, α' para cada *x*-variante α'de α.
- $\exists$xA es verdadera en M, α sii A es verdadera en M, α' para alguna *x*-variante α'de α.

Mediante esta interpretación, los modelos se consideran casos y en función de estos casos se define la verdad en un modelo para cada oración de un lenguaje de un sistema formal. Con ello, se adquiere otra versión sobre los argumentos válidos en dicho sistema, a partir de una re-interpretación de 'caso' en (V): un argumento es válido si y sólo si para todo *modelo* en el que las premisas son verdaderas, entonces lo será la conclusión. Para el caso de argumentos en el lenguaje natural, el mismo concepto de validez se aplica mediante la formalización. (*Cfr*., Restall and Beall, 2000, p. 5).

De acuerdo con estas dos alternativas de re-interpretación de ´caso' desde (V), los autores defienden la posibilidad de una pluralidad en lógica desde la noción de consecuencia.

Para identificar mediante un ejemplo específico las dos versiones propuestas, consideremos la siguiente pregunta. Se trata de un caso que los mismos Restall y Beall utilizan: ¿del hecho *a es rojo* se sigue *a está coloreado*[34]? La respuesta a esta pregunta implica dos alternativas.

La forma de *a es roj*o se sigue *a está coloreado* será Fɑ ⊢ Gɑ. Esta forma de acuerdo con la validez en términos de la *preservación necesaria de la verdad*, es válida. Sin embargo, de acuerdo con la consideración tarskiana de validez, dicha forma es inválida. ¿Por qué? En el primer caso, la forma es válida porque en cualquier mundo posible, en el que algo sea rojo, este algo también está coloreado (tiene color). De acuerdo con el segundo caso, el argumento *a es rojo*, luego *a está coloreado* es inválido pues no se trata de un argumento formal. De hecho la forma ɑ ⊢ Gɑ es inválida pues es posible encontrar diferentes modelos en los que las premisas sean verdaderas y falsa la conclusión:

> We now have our first dimension of plurality. Consider the question: Is the argument from a *is red* to a *is coloured* valid? We have seen that the answer is *yes* for validity as necessary truth preservation. The answer is *no* for the Tarskian account of validity. This argument has the form Fa ⊢ Ga, and there aremanymodels in which the premise is true and the conclusion false. So, we have at least two different accounts of validity. One might now wonder: Is there any basis upon which to choose between these two accounts? Is there any reason you might prefer one to the other? The answer here is a resounding yes. Tarskian validity is formal; necessary truth preservation is not. (Restall y Beall, 2000, pp. 5-6)

De esta manera, cuando analizamos la corrección de un argumento constituido por casos en los que se incorpora propiedades o relaciones no formales (intensionales) *ex*. *gr*. conexiones entre propiedades de color, operadores modales, temporales, epistémicos, relaciones entre parte-todo, la primera versión de validez *resguarda la corrección* en las inferencias. Esto es, será útil para clausurar la relación entre premisas y conclusión bajo una primera versión de consecuencia lógica. Por su parte, cuando analizamos la corrección de argumentos cuya naturaleza es estrictamente formal al componerse sólo de constantes lógicas, la segunda versión de validez nos permite asegurarnos de la consistencia en los procesos de inferencia, y de la satisfacibilidad de fórmulas en los procesos evaluativos modelo-teóricos. Así, la versión de validez en términos de preservación necesaria de la verdad y en términos

[34] Otra manera de formular la pregunta sería: ¿del hecho ɑ es rojo se sigue ɑ tiene color?

modelo-teóricos ejemplifican dos interpretaciones posibles de 'caso' y de la expresión 'seguirse de'.

Nos interesa considerar un aspecto adicional y central para nuestro enfoque. No sólo suscribimos el pluralismo de consecuencia anterior sino un aspecto normativo que supone para la formación de toda versión posible de consecuencia. En otras palabras, si bien pueden existir diferentes interpretaciones de validez, también existe un conjunto de criterios que restringen cualquier propuesta alterna de argumento válido:

1. *Formalidad*: la interpretación de consecuencia lógica sea alguna de carácter específicamente sintáctico o bien de carácter eminentemente semántico, será indiferente respecto a los objetos y hechos particulares que puedan ser nombrados o descritos por el lenguaje en uso.

2. *Normatividad*: la interpretación de consecuencia lógica no debe violar las normas de la lógica clásica, particularmente, aceptar el caso en que las premisas sean verdaderas y no así la conclusión. Una interpretación de este tipo será una muestra de irracionalidad y no de logicidad en el sistema.

3. *Necesidad*: la interpretación de consecuencia lógica hará necesario el transito del conjunto de las premisas al conjunto de las conclusiones en el lenguaje relevante.

En suma, cualquier sistema formal que incluya interpretaciones de 'caso' y de 'se sigue de' a partir de la definición pre-teórica (V) deben satisfacer los tres requisitos anteriores en el caso de tratarse de sistemas lógicos. En lo sucesivo llamaremos a estos criterios, criterios (V').

Un pluralismo restringido de consecuencia no sólo es útil, sino necesario para distinguir entre sistemas lógicos y lo que nosotros hemos denominado alternativas y sistemas adaptativos mixtos. Estas distinciones serán la consecuencia de aplicar no sólo los criterios (V'), sino como habíamos previsto en la primera sección de este trabajo, cualquier definición alterna de consecuencia debe satisfacer también los requisitos estructurales: reflexividad, monotonía y corte. A continuación, veamos muy brevemente la consistencia entre los dos grupos de criterios.

2.4 Propiedades estructurales e interpretación de consecuencia

Como se ha visto en la primera sección y ahora con el desarrollo de esta segunda parte, existen dos grupos de criterios cuya aplicación nos permite restringir las versiones de consecuencia, y con ello, de validez. Al primer grupo se le ha denominado *propiedades estructurales*: reflexividad, monotonía y corte. El segundo grupo se deriva de las interpretaciones posibles de 'caso' y 'se sigue de' en función de la definición (V): formalidad, normatividad, necesidad (V').

Si bien, ambos casos se refieren a rasgos interpretativos de la consecuencia en diferentes términos, los dos son consistentes al coincidir sus rasgos de generalidad *i.e*. hablan de la consecuencia sin incorporar algún aspecto particular en su extensión y no permiten alguna interpretación de consecuencia que aluda o requiera de algún tema u tópico de carácter no lógico para su definición.

Consideremos a un sistema axiomático en el que A es consecuencia lógica de Γ. Así suponemos que se cumplen las siguientes propiedades:

1. $\Gamma \vdash A$, si $A \in \Gamma$ (Toda fórmula es consecuencia de un conjunto que las contenga: reflexividad).

2. $\Gamma \vdash A$, entonces $\Gamma \cup \{B\} \vdash A$ (Si una fórmula es consecuencia de cierto conjunto, entonces sigue siendo consecuencia aunque se añadan más premisas: monotonía).

3. $\Gamma \vdash B$ y $\Gamma \cup \{B\} \vdash A$, entonces $\Gamma \vdash A$ (Nos permite sustituir una premisa φ por un conjunto de fórmulas del que φ se siga: corte).

Ahora bien, la propiedades anteriores cumplen con la condición de *formalidad* pues implican una noción de consecuencia indiferente a los objetos y hechos particulares que puedan ser nombrados o descritos. También (1), (2) y (3) cumplen con el requisito de la *normatividad* pues la noción de consecuencia respeta las leyes de la lógica clásica, particularmente la noción de validez estándar. En el caso de la *necesidad*, también las propiedades anteriores satisfacen esta condición, pues asumen una noción de consecuencia desde la cual se hace necesario el tránsito de premisas a conclusiones.

Así, toda interpretación de validez debe satisfacer (1), (2) y (3) y con ello, cumplir con las condiciones para interpretar la expresión 'caso' y 'se sigue de' de acuerdo con (V').

Como efecto de los criterios de logicidad por consecuencia que hemos aceptado en esta segunda sección, a continuación desarrollamos nuestro enfoque sobre *Lógica*, *Alternativa* y Sistemas Adaptativos Mixtos. Adicionalmente incorporamos una breve explicación de por qué la Lógica puede aceptar sin problema *alternativas* pero difícilmente *rivalidad*.

3. Consecuencia lógica: pluralismo sin rivalidad

Esta breve sección tiene como finalidad señalar qué estamos entendiendo por Lógica, por Alternativa y por Sistemas Adaptativos Mixtos, como consecuencia de los criterios de logicidad que hemos aceptado a partir de las interpretaciones posibles de consecuencia lógica. Además nos interesa explicar brevemente en qué sentido afirmamos que la Lógica puede aceptar alternativas pero no genuinamente rivalidad.

Por *Lógica* entendemos aquellos sistemas clásicos que van desde la lógica de Frege y Russell (lógica de primer orden, más cuantificación e identidad), las adaptaciones formalistas tipo Hilbert (H-Cálculo), la propuesta de deducción natural y cálculo de secuentes en Gentzen (G-Hálculo), pasando por las propuestas de Kurt Gödel (*ex. gr.* pruebas de los teoremas de completitud e incompletitud) y la semántica tipo Tarski (*ex. gr.* introducción a la lógica y la metodología de las ciencias deductivas; sobre consecuencia lógica). Todos estos sistemas comparten *en general*, un lenguaje veritativo funcional, criterios de demarcación entre términos lógicos y no lógicos, axiomas, cuantificadores, reglas de inferencia/interpretación, consecuencia lógica (con las especificaciones sintácticas y semánticas para cada caso) y una semántica extensional.[35]

Decimos 'en general' para señalar que si bien hay diferencias, sobre todo en la interpretación a nivel sintáctico y semántico de consecuencia (teoría de la prueba y deducción natural, y satisfacción de modelos teóricos, correspondientemente), todos estos sistemas satisfacen los criterios estructurales que hemos señalado en la primera y segunda sección (reflexividad, monotonía y corte), además de aceptar y rechazar oraciones mediante

[35] *Cfr*. Shapiro, Stewart, "*Classical Logic*", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2013 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/logic-classical/>.

los criterios de formalidad, normatividad y necesidad (*Cfr*. Segunda sección de este trabajo).

Por su parte, las *Alternativas* serán aquellos sistemas lógicos que además de aceptar las condiciones anteriores incluyen al menos dos interpretaciones posibles de consecuencia: *mundos o casos posibles* (preservación necesaria de verdad) y versión tarskiana de validez. Como hemos visto, estas interpretaciones de consecuencia satisfacen también aquellos requisitos estructurales y (V'). Sin embargo, en este caso, las *alternativas* utilizan cualesquiera de las dos versiones de consecuencia disponibles. La aplicación o uso de alguna versión de consecuencia u otra dependerá del tipo de cuantificaciones que el lenguaje incluya: relaciones entre lenguajes lógicos superiores, secuencias temporales, cuantificación sobre creencias, cuantificación sobre modos de afirmación (modalidad), etc. Por estas razones, se consideran *alternativas lógicas* y no extensiones[36] ni sistemas adaptativos mixtos (sistemas de aplicación). El campo de las alternativas da lugar a la defensa de un pluralismo acotado de consecuencia.

Como veremos más adelante, estas variaciones no constituyen puntos de rivalidad con la Lógica. Aun cuando la finalidad de estos sistemas lógicos alternos, como se ha señalado, sea hablar *ex*. *gr*. de algunas condiciones específicas de conocimiento, de la posibilidad/ necesidad de nuestras oraciones, de la inferencia de ciertas oraciones a partir de otras con intervalos de tiempo; la aceptabilidad inferencial de sus oraciones continua en consecuencia con los criterios generales de la Lógica. Particularmente, con el carácter lógico de la interpretación de consecuencia por casos. En este estadio, lo que comúnmente en la literatura en filosofía de la lógica se conoce como extensiones de la LC *ex*. *gr*. lógica modal, lógica temporal, lógica epistémica, lógica de orden superior -en oposición a las rivales- son en realidad alternativas lógicas.[37]

[36] La noción de extensión lógica conserva su sentido en la literatura en contraposición con las LNCs. Sin embargo esta distinción, desde nuestro enfoque es inaceptable. Todo sistema en lógica o bien es clásico o alterno, en cualquier otro caso será un sistema formal adaptativo.

[37] Este giro no sólo implica un cambio nominal, sino el rechazo de la dicotomía extensión/rivalidad. La noción de extensión hacía alusión a la incorporación de nuevos operadores y axiomas al lenguaje clásico, en oposición a aquellos sistemas formales, que o bien reemplazaban términos o interpretaciones clásicas, o bien no incorporaban alguno de los principios clásicos por considerarlos erróneos o inútiles para sus aplicaciones. De ahí, el sentido de rivalidad con la LC. Sin embargo, todos aquellos sistemas cuya relación de consecuencia incorpore aspectos adicionales a los considerados por los criterios estructurales y (V') no deben considerarse

En suma, la idea sobre las variaciones en la definición de consecuencia lógica sean algo como relativas uno a uno, a un lenguaje, no tiene sentido . La variación debe explicarse en otros términos, *ex. gr*. para las alternativas, la aceptabilidad y rechazo de sus oraciones e inferencias se sigue de la posibilidad de construir un *lenguaje estructural* desde el cual tal aceptabilidad y rechazo sea correcto:

> The idea that propositional truth and the consequence relation on propositions are somehow language-relative seems absurd.
> ...MULTITUDE is better understood as saying someting along the following lines: for some different logics, the sorts of utterance and inference those empleaying those logics accept and reject are such that there is a possible language such the under the hypothesis that those employing those logics speak that language, their use is correct. (Eklund, M., 2012, p. 218)[38]

Esta manera de definir MULTITUD desde Eklund (2012) coincide con nuestro sentido de alternativas, luego nos alejamos de concepciones del tipo Palau (2001, p.23) donde se usa la expresión 'alternativas' para referirse a otras Lógicas. Cabe señalar, considerando esta misma fuente, usaremos el término 'rivalidad' en los términos en que Palau usa 'divergente'. Aunque, como veremos más adelante, desde nuestro punto de vista la rivalidad o bien debe entenderse, forzando el término, como sistemas adaptativos mixtos (sistemas formales no Lógicos)[39] o como lenguajes Lógicos que convergen en los mismos temas con la LC pero presuponiendo la existencia de *algo* incorrecto en esta lógica, y considerando que ese *algo* deba ser reemplazado.

Respecto a los *Sistemas Adaptativos Mixtos* serán aquellos sistemas que proponen un lenguaje, ciertos axiomas, ciertas reglas de inferencia, ciertos principios, ciertas reglas de interpretación lógica y no lógica para sus términos y oraciones aceptables, así como una versión no Lógica ni alterna de consecuencia. A partir de los componentes anteriores, los

---

sistemas lógicos, ni alternos, sino en cualquier caso sistemas adaptativos mixtos, que no rivales. La rivalidad implica entre otras cosas la homogeneización de temas, aspecto que no satisface la dicotomía lógica/sistemas mixtos.

[38] Eklund, Matti, (2012), "*The Multitude view of Logic*", Restall and Bell (eds.), New Waves of Philosophy of Logic.
Si bien Eklund usa esta observación para defender la idea de MULTITUD en lógica en contraposición a lo que llama PARTISAN, en el sentido de incluir dentro del primer grupo al conjunto de lógicas no clásicas, nosotros mencionamos esta caracterización de *Multitud* como una buena descripción de lo que entendemos por Alternativa.

[39] Este primer disyunto no es nuestra opción, sino el segundo. Sólo hay rivalidad genuina si se hablan de las mismas estructuras y hay reemplazo de algunos aspectos del sistema original por considerarse lógicamente inadecuados.

proponentes intentan demostrar la fecundidad de sus sistemas al tener, desde su punto de vista, las propiedades necesarias para analizar los fenómenos (no lógicos) de su interés.

En este caso, la versión de consecuencia incluye interpretaciones no consistentes con los criterios estructurales y de interpretación (V') (*Cfr*. Segunda sección de este trabajo). El incumplimiento de estos rasgos, hace que la propiedad lógica de consecuencia no forme parte de su definición. Desde nuestra perspectiva, la insatisfacción de al menos uno de los aspectos, reflexividad, monotonía, corte, y formalidad, normatividad y necesidad, hace que estos sistemas, no sólo no se consideren Lógicos, sino además formen adaptaciones (o modificaciones o mutilaciones) de algunos aspectos clásicos, con el propósito de explicar sus objetos primarios de aplicación.

A partir de estas consideraciones, por ejemplo, las llamadas lógicas paraconsistentes o multivalentes en consecuencia no son Lógicas, sino sólo sistemas adaptativos mixtos. ¿Qué propiedades lógicas tiene una oración cuando se le analiza en función de hechos particulares que aparentemente implican contradicción?, se dice que una tabla de verdad nos ofrece las propiedades lógicas de una oración ¿qué propiedades lógicas nos permite conocer una tabla de verdad multivalente de una oración, cuando la multivalencia es un requisito derivado de la representación de una condición particular? La aceptación de contradicción sin explosión y la aceptación de multivalencia no surge de un reemplazo de la noción de contradicción o la bivalencia clásica porque sean estas últimas incorrectas, sino por la naturaleza de las estructuras no lógicas que se intentan conocer y modelar.

Ahora bien, si es correcta nuestra demarcación entre sistemas formales, es posible ver en qué sentido no existe una rivalidad entre Lógicas, análoga a la demarcación entre LC/ LNC. En el campo de los diferentes sistemas Lógicos sólo hay rivalidad cuando se demuestra alguna falla del sistema en oposición. Por ejemplo, cuando Russell demuestra la famosa inconsistencia del cálculo proposicional de primer orden, más identidad de Frege, al generar paradojas del tipo: el conjunto M es el conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos como miembros. ¿M se contiene a sí mismo?[40] Sin embargo, aun

[40] Llamemos **M** al "conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos como miembros". Es decir:
(1) M= {x:x (no)Є x}
De acuerdo con Cantor (1) puede representarse de la siguiente manera:
(2) ∀(x) x Є M ↔ x (no) Є M (cada conjunto es elemento de M si y sólo si no es elemento de sí mismo)

cuando en este caso, se propone un nuevo sistema para evitar estos resultados indeseables, el nuevo sistema russelliano se considera clásico al prevalecer sus condiciones estructurales y semánticas extensionales, sin que sus variaciones notacionales impliquen suponer que se trate de lógicas rivales.

Para que un lenguaje lógico sea rival de otro, entonces, no sólo tiene que referirse a las mismas cosas, sino adicionalmente debe demostrar que sus resultados son mejores mediante la sustitución de algunos elementos del sistema rival, señalando sus faltas y enfatizando en nuevos criterios de aceptabilidad. En este sentido, decir que el conjunto conocido como LNCs sea rival del conjunto conocido como LC, es caer en un descuido metodológico y temático. Las LNCs son lenguajes cuyos intereses formales y epistémicos son distintos, les interesan estructuras de distinta naturaleza. De hecho, constituyen a sistemas adaptativos mixtos (no rivales), pues si bien incluyen algunos componentes Lógicos, son sistemas elaborados para aplicaciones muy específicas. Dos rasgos fundamentales, entonces caracterizan a estos sistemas adaptativos: i. sus objetos primarios de explicación son distintos a los de la Lógica, y ii. su forma de aceptar oraciones e inferencias infringe el marco estructural que caracteriza a la logicidad clásica y alterna de consecuencia. En otras palabras, el diseño de los sistemas adaptativos mixtos surge no porque la Lógica falle sino porque ésta Lógica no es del todo útil para su trabajo aplicativo.[41]

La rivalidad tampoco debe entenderse en términos históricos o temporales. Los sistemas lógicos actuales no son rivales en tanto antes se desconocían. La rivalidad no es una cuestión temporal, sino en cualquier caso, una condición estructural y metodológica.

Dado que M es un conjunto M es un conjunto, sustituimos x por M en (2):
(3) M Є M ↔ M (no) Є M (M es un elemento de M si y sólo si M no es un elemento de M).

[41] Morado (2004) y en "Sobre Enseñanza de la Lógica no-clásica" argumenta que en el caso de la familia no-monotónica en general se usa el mismo proceso de deducción clásica, aun cuando se agregan algunos axiomas y reglas. Como veremos en los ejemplos de la siguiente sección, si bien esto es correcto en un sentido, la interpretación de la consecuencia no-monotónica es distinta cuando, por ejemplo, se incluyen en ella condiciones contextuales (no formalizadas). Tales condiciones referirán a un sistema de creencias de grupos de hablantes para fijar la preservación de verdad en los procesos de inferencia.
Morado (2004), "Problemas filosóficos de las lógicas no-monotónicas", en Raúl Orayen y Alberto Moretti (eds.), Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, vol. 27, Ed. Trotta y Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, pp. 313-344.
Morado R., y Campirán, A, "Sobre la enseñanza de las lógicas no clásica", Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM-Universidad Veracruzana.

Nuevamente, desde nuestro punto de vista, si alguien dijese que la rivalidad consiste en desarrollar sistemas lógicos cuyas aplicaciones sobrepasan lo imaginado por los lógicos clásicos, en realidad no estaría hablando de sistemas Lógicos rivales sino probablemente de sistemas adaptativos mixtos actuales. Los sistemas adaptativos, entonces no son rivales pues no reemplazan algo, ni modifican los criterios para atribuir logicidad clásica y alterna:

> Cuando estás diciendo: "voy a usar veinte valores porque suponer que hay exactamente dos es un error." En ese momento tu lógica polivalente es una lógica rival; era la idea original de las lógicas multivalentes, de la lógica trivalente de Lukasiewicz. Pero puedes decir: "No, no, no, la lógica clásica está bien, pero está hablando de valores de verdad con ***V*** grande; pero hay "valores de verdad" en otro sentido, por ejemplo, grados de carga eléctrica". Y entonces en ciencias de la computación utilizas lógicas polivalentes, pero los diferentes valores pueden representar carga eléctrica: .5, .8, o .9 no son valores de verdad en el sentido de la LC. Entonces no hay realmente oposición, no hay rivalidad, están haciendo algo diferente. (Morado, R., "Sobre la enseñanza de las lógicas no clásicas")

Si lo anterior hace sentido entonces a la pregunta ¿por qué la rivalidad no existe en Lógica? La respuesta surge de manera natural. Porque los intereses epistémicos de los sistemas adaptativos mixtos, así como la composición de su lenguaje, son distintos a los de la Lógica y sus alternativas.[42] De hecho, para la formación de un sistema adaptativo mixto generalmente no se pone en duda los principio lógicos, o sus axiomas, sino que se incorpora en un nuevo lenguaje adaptaciones de algunos principios de la lógica clásica, algunas reglas adicionales y una versión de consecuencia no estructural.

Para finalizar esta breve presentación, en la siguiente sección incluimos un ejemplo de un *Sistema Lógico*, de una *Alternativa* y de un *Sistema Adaptativo Mixto*, enfatizando en el contraste interpretativo de consecuencia lógica. Además de ofrecer algunas consideraciones finales.

[42] En cualquier caso, si alguien insiste en hablar de rivalidad entre lógicas, esto conducirá el análisis hacia alguna interpretación personal del proponente de un sistema formal, en virtud de lo que quiere explicar y la manera procedimental que considera adecuada para hablar de aquello que le parezca relevante.

4. Conclusiones.
Sistemas lógicos, Alternativas y Sistemas Adaptativos Mixtos

4.1 Sistema lógico: Cálculo de consecuencias lógicas o secuentes de Gentzen

Ya en la primera y segunda sección de este trabajo se ha considerado la noción clásica de consecuencia lógica en términos sintácticos y semánticos. Con la finalidad de ampliar nuestro panorama de consecuencia lógica clásica, ofrecemos ahora muy brevemente una versión de consecuencia a partir del cálculo de secuentes de Gentzen. Observaremos cómo la noción de demostración depende de la forma: $\Gamma \vdash \Omega$.

La consecuencia se establece por las reglas de inferencia del cálculo

Como sabemos la noción de consecuencia de un cálculo se establece a partir de un conjunto de reglas de inferencia. En el caso de los secuentes Gentzen, el lenguaje incluye el concepto de secuencia, el cual tiene la forma: $\Gamma \vdash \Omega$, donde Γ, Ω son un conjunto de fórmulas cualesquiera y no ordenadas. El signo $\vdash$ es un signo del lenguaje objeto desde el cual es posible construir las *o-secuencias* (oraciones del cálculo).

Los conjuntos Γ, Ω están formados por: $A_1,\ldots,A_m$; $B_1,\ldots,B_n$,. Las o-secuencias no incluyen términos lógicos *i. e*. las fórmulas que integran los secuentes (fórmulas finitas)[43] no se relacionan por algún signo lógico. Los términos lógicos se encuentran dentro de $A_1,\ldots,A_m$; $B_1,\ldots,B_n$. Así la forma de una secuencia puede formularse también como: $A_1,\ldots,A_m \vdash B_1,\ldots,B_n$ (donde $A_1,\ldots,A_m$ será un secuente llamado antecedente y $B_1,\ldots,B_n$ será un secuente llamado consecuente o sucedente). Adicionalmente, los secuentes no contienen $\vdash$ y pueden ser vacíos Ø (secuencia nula).

Ahora bien, la interpretación de '$\vdash$' en la secuencia $A_1,\ldots,A_m \vdash B_1,\ldots,B_n$ para $n,m \geq 1$, es intuitivamente la misma que '$\rightarrow$' en: $(A_1 \wedge,\ldots, \wedge A_m) \rightarrow (B_1 \vee,\ldots,\vee B_n)$ (*Cfr*. Gentzen, 1934, p. 11).[44] En el caso que el antecedente sea una secuencia nula $Ø \vdash \Omega$, la secuencia se reduce

---

[43] Las secuencias en este caso se consideran secuencias finitas de oraciones.

[44] Gentzen, G., (1934–1935), *Untersuchungen über das logische Schliessen* (*Investigations into Logical Inference*), *Ph. D. thesis, Universität Göttingen. Published in Gentzen*, 1969.

Al respecto, Palau (2001), señala:

> Sin embargo, Kleene [1964,paragr.77] afirma que debe separarse el rol del signo → en tanto relación entre inferencias -tal como es usado por Gentzen- de su rol de conectiva extensional cuando aparece en una fórmula a probarse. Puesto que a este signo, en tanto relación entre

al consecuente ($B_1 \vee ,..., \vee B_n$) *i.e.* Ω es verdadera: ⊣ Ω. Ahora bien, si el consecuente es una secuencia nula Γ ⊣ Ø, se dice que la secuencia se interpreta como Γ es falso *i.e.* ($A_1 \wedge ... \wedge A_m$) →Ø. Luego, decir que la secuencia ($A_1 \wedge ,..., \wedge A_m$) ⊣ ($B_1 V ,..., \vee B_n$) equivale a señalar que alguna de las fórmulas A es falsa o alguna de las fórmulas B es verdadera. En suma, cuando una expresión de la forma ($A_1 \wedge ,..., \wedge A_m$) ⊣ ($B_1$ V$,..., \vee B_n$) se cumple, se dice que ⊣ se comporta como la →, luego si todos los elementos del antecedente son verdaderos, al menos uno de los elementos del consecuente también será verdadero.

Fácilmente entonces podemos notar que el sistema de Gentzen, como todo sistema clásico, se trata de un sistema axiomatizado. Parte de secuencias básicas (axiomas esquemas) de la forma Γ ⊣ Γ, donde Γ es una secuencia (*s-oración*) formada por un conjunto de fórmulas sin un orden establecido. Adicionalmente, mediante este tipo de formas es posible aplicar reglas lógicas que permiten preservar la verdad en cada deducción. Esto es, permiten establecer cuando una oración es consecuencia lógica de un secuente específico. Los criterios interpretativos del cálculo de consecuencias de Getzen a partir de las reglas del sistema -las señalamos a continuación-, se establecen sin aludir a objetos o hechos particulares (*formalidad*), la interpretación acepta la incorrección de inferir oraciones falsas desde secuentes verdaderos (*normatividad*), la interpretación hace necesario el tránsito del conjunto de secuentes-antecedentes al conjunto de secuentes-consecuentes (*necesidad*). Luego, G-Cálculo es consistente con los criterios (V') de consecuencia.

Verifiquemos esto con las reglas del cálculo que determinan la noción de consecuencia entre secuentes:[45]

---

conjuntos de fórmulas, se le asignan propiedades similares al deductor ⊢, propone leerlo como "entail" o "give". Este significado coincide básicamente con el dado por Curry y Feys [1967], quienes directamente entienden a las secuencias como inferencias. Otros, como Kneale & Kneale [1972], inspirándose en el significado de logical involution de Carnap [1947], proponen traducirlo como "envolvimiento" o "desarrollo", con el fin de indicar que el postsecuente "desarrolla" lo contenido en el prosecuente. (Palau, G., 2001, p. 11)

[45] Las reglas estructurales no se refieren a la composición interna de las fórmulas sino a la manera en que las fórmulas ocurren en los distintos secuentes.

(I) Reglas estructurales:[46]

A derecha (consecuente): Atenuación: ⊣ A

Γ ⊣ Ω / Γ ⊣ Ω, A

A izquierda (antecedente): Atenuación: A⊣

Γ ⊣ Ω/ A, Γ ⊣ Ω

Contracción (⊣ C): Γ ⊣ Ω, A, A / Γ ⊣ Ω, A

Contracción (C ⊣): Γ, A, A ⊣ Ω / Γ, A ⊣ Ω

Permutación (⊣ P): Γ ⊣ Θ, A, B, Ω / Γ ⊣ Θ, B, A, Ω

Permutación (P ⊣): Γ, A, B, Φ ⊣ Ω / Γ, B, A, Φ ⊣ Ω

Corte: Γ ⊣ Θ, A A, Ω a Φ / Γ, Ω ⊣ Θ, Φ

II) Reglas operatorias:

En el consecuente: (⊣→)

Condicional: A, Γ ⊣ Ω, B/ Γ ⊣ Ω, A → B

En el antecedente: (→ ⊣)

Condicional: Γ ⊣ Ω, A B, Φ ⊣ Θ / A → B, Γ, Φ ⊣ Ω, Θ

En el consecuente: (⊣ Λ)

Conjunción: Γ ⊣ Ω, A Γ ⊣ Ω, B / Γ ⊣ Ω, A ∧ B

En el antecedente: (Λ ⊣)

Conjunción: A, Γ a Ω/ A ∧ B, Γ ⊣ Ω // B, Γ ⊣ Ω / A ∧ B, Γ ⊣ Ω

En el consecuente: (⊣ V)

Disyunción: Γ ⊣ Ω, A / Γ ⊣ Ω, A ∨ B // Γ ⊣ Ω, B / Γ ⊣ Ω, A ∨ B

En el antecedente: (V ⊣)

---

[46] Es importante señalar que en el campo de la lógica de secuentes se usa el término 'estructural' para referirse al hecho de que las deducciones del cálculo de secuentes se aplican únicamente reglas estructurales en función del cálculo de secuentes de Gentzen. En este trabajo, también hemos utilizado la palabra 'estructural', siguiendo a Gabbay (1997) y Soler (2012) para referirnos a las propiedades que una relación debe satisfacer para considerarse una relación de consecuencia lógica: reflexividad, monotonía y corte. (*Cfr*. Segunda sección de este trabajo). Luego, si bien ambos usos de la expresión son distintos, los dos casos se consideran en lo que hemos llamado criterios de logicidad estructural.

Disyunción: $A, \Gamma \dashv \Omega$ $B, \Gamma \dashv \Omega$ / $A \vee B, \Gamma \dashv \Omega$

En el consecuente: ($\dashv$ —)

Negación: $A, \Gamma \dashv \Omega$ / $\Gamma \dashv \Omega$, —A

En el antecedente: (— $\dashv$)

Negación: $\Gamma \dashv \Omega$, A / — A, Γ a Ω[47]

Como se puede notar, la noción de estructura refiere al hecho de que las deducciones del cálculo de secuentes se aplican únicamente reglas estructurales en las formas básicas de las secuencias. En este caso, los aspectos puramente lógicos de las demostraciones se reducen a razonamientos por reglas, en palabras de Gentzen, a razonamientos estructurales. Una consecuencia importante de este aspecto es considerar a las deducciones estructurales -en tanto unidades elementales de toda deducción lógica- inferencias independientes a la naturaleza de los elementos que la integran.

A partir de lo anterior, se va aclarando el panorama de cómo funciona la consecuencia lógica en G-Cálculo.

Como se ha señalado, la noción de consecuencia lógica está dada por el conjunto de reglas de inferencia. Esto vale para cualquier sistema G-cálculo o H-cálculo. De acuerdo con Gentzen, es posible construir un lenguaje lógico clásico agregando, además de las reglas anteriores, una fórmula del tipo —A V A *i.e*. una fórmula que exprese *el principio de tercero excluido*. Adicionalmente, considera un nuevo esquema de derivación: — —A /A. A partir de estas condiciones, el cálculo de secuencias implica una noción de consecuencia específica pero clásica, cuyas características son la siguientes:

La noción de consecuencia se establece mediante reglas estructurales (figuras de deducción) las cuales no incluyen ninguna constante lógica. Esto hace de la noción de consecuencia de Gentzen una noción aun más abstracta que la misma noción de consecuencia semántica de Tarski -considerada en la primera y segunda sección. De hecho, al definirse secuencia como series finitas de oraciones, puede verse en G-Cálculo un caso

[47] Los secuentes pueden interpretarse como relaciones de deducción, y un punto interesante es que el análisis de lo que llamamos constantes lógicas se traduce a las reglas de introducción o eliminación del sistema de deducción propuesto por Gentzen. Para esto se requiere sólo especificar procedimientos de transformación, de tal suerte, que cada miembro de la equivalencia se traduce a una regla de introducción o eliminación.

particular de la versión de consecuencia de Tarski, o bien como señala Palau ... *ver a la versión de Tarski como una generalización de la de Gentzen* (Palau, 2001 p. 18).

Un rasgo característico de la versión de consecuencia secuencial es que no funciona como una operación sino como una relación generalizada entre las secuencias (no conjuntos) del cálculo, y algo muy importante, esta relación satisface los criterios de reflexividad y monotonía. Las cuales como se ha visto en la segunda sección son consistentes con los criterios (V') para definir consecuencia. De acuerdo con Palau (2001), el cálculo de Gentzen no es un mero H-cálculo, sino que al integrar en su lenguaje reglas estructurales y operatorias, el cálculo ofrece la posibilidad de un análisis más profundo de las propiedades estructurales de los distintos sistemas lógicos, y en particular de la noción de consecuencia lógica. En este caso, todo teorema tendrá que ser demostrado considerando que una secuencia es demostrable cuando el consecuente es unitario (constituido sólo por una oración), y se siga del conjunto de fórmulas antecedentes aplicando las reglas de inferencia: noción de deducción clásica.[48]

Sin duda, falta incluir muchos otros aspectos para desarrollar la lógica de secuencias, y ver con ello, por ejemplo cómo las reglas del cálculo de secuencias satisfacen los axiomas considerados por Tarski en su definición semántica de consecuencia -aunque debemos señalar que las satisface (*Cfr*. Palau, 2001, pp. 19-23). Sin embargo, nuestro interés original ha sido ver cómo se interpreta la consecuencia en un cálculo que ha determinado el desarrollo clásico de la Lógica. En esta línea, lo que hemos incluido ha sido suficiente para obtener el siguiente resultado. De acuerdo con la normatividad de la lógica clásica, donde el

---

[48] En Smullyan (1968) podemos encontrar versiones más modernas de la lógica de secuentes. Smullyan, R. M., "*First-OrderLogic*", Springer-Verlag.
De acuerdo con Palau 2001, si nos interesa la lógica proposicional de primer orden siguiendo la lógica de secuencias, es posible demostrar: a. Si X es un teorema del cálculo proposicional, entonces X es una tautología (corrección),y b. Si X es una tautología, entonces X es un teorema del cálculo de secuencias. En este caso:

> para que la operación de consecuencia sea una operación de consecuencia de la lógica proposicional se deben cumplir las siguientes condiciones:
>
> a. Cn satisface MPCn sii MP es una regla de L
> b. Cn satisface TDCn sii TD es una regla de L
> (T) c. Cn satisface(→)Cn sii MP y TD ambas son reglas de L
> d. Cn satisface (∧)Cn sii AD y SP son reglas de L
> e Cn satisface(∨)Cn sii AT y SM son reglas de L
> (T) f. Cn satisface ((—))Cn sii CN y RAK son reglas de L. (*Cfr*. Palau, G., 2001, pp. 22-23)

cálculo de secuencias sólo es un ejemplo de tales lógicas, es posible definir un sistema lógico a partir de un lenguaje extensional cuyos componentes sean: axiomas, términos lógicos, operadores, relaciones, funciones lógicas, y sobre todo, una relación de consecuencia consistente con las condiciones estructurales y (V').

Aquellos sistemas que no consideren, usando la jerga de Gentzen, reglas estructurales *i.e.* reglas lógicas, así como una definición de consecuencia consistente con las condiciones (V'), tales sistemas no serán Lógicas. En cualquier caso, la logicidad de estos lenguajes formales se diluye al incorporar interpretaciones particulares no formalizadas de consecuencia cuya satisfacción dependerá de algunas condiciones de carácter no lógico -*ex. gr*. contextos no formalizados. Adicionalmente tampoco podrán ser *alternativas*, sino probablemente *sistemas adaptativos mixtos*. (*Cfr*. Tercera sección: "Sistemas Adaptativos Mixtos" en este trabajo).

4.2 Alternativa: Lógica Modal

Los cuestionamientos que podemos hacer, tendrán que ver con que si el lenguaje formal permite representar todos los esquemas de argumento que utilizamos en la cotidianeidad. Vale decir, si los sistemas formales con los que contamos pueden establecer para todos los argumentos la condición de validez. Este objetivo, ha hecho suscitar un sin número de (nuevos) sistemas formales que consideran a algunos elementos como relevantes en la consideración de la validez, lo cual arroja una cantidad mayor de problemas. Con la lógica porposicional podíamos decir que las condiciones de validez o mejor dicho para que haya consecuencia lógica depende de las conectivas; la lógica cuantificacional nos dirá además que esta depende de los cuantificadores y así una gran cantidad de lógicas establecerán otras constantes que interfieren en la condición para que un argumento válido garantice la verdad en toda posible interpretación.

Hay un caso claro en la modalidad que agrega Lewis para caracterizar la noción de consecuencia lógica. Pasamos a explicar:

4.2.1 En qué consiste la Lógica modal

La lógica modal es tan antigua como el Organon de Aristóteles y tuvo gran desarrollo durante la Edad Media. La lógica modal contemporánea, sin embargo, surge a principios del siglo XX como una reacción a la lógica clásica que maduró en las obras de autores como Gottlob Frege, Bertrand Russell y Alfred North Whitehead.

Entre ambos acercamientos a la lógica modal hay una gran diferencia, un "salto", podríamos decir del interés por los aspectos que se estudian.

Aristóteles escribió mucho sobre modalidades. Por ejemplo, en Sobre la interpretación, reflexionó sobre las relaciones entre las modalidades, en Analíticos Primeros, construyó una teoría sobre el *silogismo modal* y en Tópicos usó las nociones modales en su teoría de la predicación, donde distingue, por ejemplo, entre rasgos que un hombre tiene necesariamente y otros que puede o no tener: *propiedades accidentales* del hombre en cuestión. Veamos más de cerca ideas suyas conectadas.

Aristóteles no intenta dar un análisis ni de la necesidad ni de la posibilidad pero observa que cada una de ellas es definible en términos de la otra y la negación. También señala que lo contingente es lo posible que no es necesario. Es consciente, pues, de la interdefinibilidad[49] de las nociones modales que ya hemos hecho notar. En Analíticos Primeros hay una teoría sobre el silogismo modal.

Desgraciadamente, la teoría aristotélica del silogismo modal es muy confusa, y los autores que la han estudiado en detalle suelen afirmar que contiene errores importantes. Al analizar el silogismo modal que responde a la forma del Barbara de primera figura, sólo que con las premisas y la conclusión afectadas por expresiones modales conectadas con la idea de posibilidad, Aristóteles lo considera válido, pero no lo es.[50]

Si construimos un silogismo modal BARBARA con premisas que expresan posibilidad es fácil, encontrar un contraejemplo:

Es posible que todo triángulo sea azul, y es posible que toda cosa roja sea un triángulo, por lo tanto, es posible que toda cosa roja sea azul".

[49] Estas nociones interdefinibles las trataremos más adelante.
[50] Kneale, W. y Kneale, M. (1962), <u>*The development of Logic*</u>, Oxford, OUP, pp. 83-88 (*v.e.* <u>El desarrollo de la lógica</u>, Tecnos, Madrid, 1972).

Se han dado diversas explicaciones de este hecho extraño, entre ellas la hipótesis de que la teoría del silogismo modal es un agregado tardío y apresurado que hizo Aristóteles a una versión ya acabada de los Analíticos Primeros.[51]

Hasta aquí Aristóteles. Veamos ahora qué ocurre con la modalidad en el S. XX.

El primer autor que trato de hacer una presentación sintáctica de las modalidades fue C.I Lewis. Pero cabe aclarar que no lo hizo con la intención de profundizar o corregir la lógica modal aristotélica. Su intención no era hablar de la necesidad lógica.

Su trabajo en lógica modal marcó el comienzo, de la historia de esta disciplina en su forma moderna, como dijimos más arriba. La publicación del primer volumen de Principia Mathematica, de Whitehead y Russell, en 1910, influyó mucho sobre su obra.

Cualquier sistema de lógica clásica, equivalente al presentado en Principia Mathemetica Russell- Whitehead (1913) tiene como teoremas las siguientes fórmulas:

¡) $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow A)$

ii) $\vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

Ellas expresan dos propiedades del condicional material, algo extrañas: i) que una proposición verdadera es implicada por cualquier otra y ii) que una proposición falsa implica cualquier otra. Estas propiedades son conocidas como paradojas de la implicación material.

Lewis en *A Survey of Symbolic logic* (1918-19)[52] y luego en *Symbolic logic* (1932)[53] atribuye esta ambigüedad precisamente al significado que Russell atribuía a la implicación material y propone un nuevo tipo de implicación, llamada implicación estricta (⇒).

---

[51] Orayen, Raul en Alchourrón (1995, p. 289).
Alchourrón, Carlos, (1995), "Concepciones de la lógica", en, Lógica, vol.7, Enciclopedia Iberoamericana de Filosofia, Ed. Trotta, Madrid.
Knuuttila (1993), acerca de las modalidades en la filosofía medieval, pero con un capítulo inicial sobre Aristóteles. La profusa bibliografía de esta última obra es muy adecuada para actualizar la información sobre fuentes secundarias posteriores a Kneale y Kneale (1962).
Knuuttila, S. (1993), *Modalities in Medieval Philosophy*, Routledge, Londres y Nueva York.
[52] Lewis, C., (1918), *A Survey of Symbolic Logic*, University of California Press, Berkeley.
[53] Lewis, C. y Langford, C., (1932), *Symbolic Logic*, Dover, New York.

En *Symbolic logic* elige para definir la implicación estricta como símbolo primitivo la posibilidad (◊) y define A⇒B como ¬ ◊ (A ʌ ¬ B), es decir no es posible que se dé A y no se de B.

En presentaciones posteriores tomó el operador modal de necesidad (□) como primitivo y define la implicación estricta como A= >B sii □ (A → B).

Agrega la modalidad de **necesidad.**

Tomando como base el operador de necesidad, los otros operadores (◊) posibilidad, (I) imposibilidad, (C) contingencia , pueden definirse así:

(DI) ◊p = def ¬□ O ¬ p es decir, afirmar que “es posible que p” es afirmar “que no es necesario que no p”.

(D2) Ip = def. □ ¬ p es decir, afirmar que “es imposible que p” es afirmar “que es necesario que no p”.

(D3) Cp = def. ¬ □ p ʌ ¬ □ ¬ p es decir, afirmar que “p es contingente” es afirmar que “no es necesario que p y no es necesario que no p”.

4.2.2. Sintaxis de lógica modal

Lewis presentó las nociones modales que hemos indicado, que no estuvieron motivados para hablar de la necesidad lógica, sino por una crítica a la consecuencia lógica sintáctica que genera la implicación material de la lógica clásica.

Lo que se pretende hacer con el cálculo de la lógica modal es, entonces, salvar de las paradojas a las que conduce la implicación material de la lógica clásica.

Como diremos más abajo parece que el cálculo de Lewis no lo consigue totalmente.

Sobre la base de un sistema axiomático proposicional clásico y utilizando el operador de necesidad (□) Lewis construyó cinco sistemas sintácticos S1, S2, S3, S4 y S5 (sin duda, los más conocidos los últimos dos) como lógicas alternativas de la lógica clásica.

Los tres primeros sistemas hoy son conocidos como T.

Tanto en el sistema T como en S4 y S5 el operador de necesidad (□) es tomado como primitivo y el de posibilidad (◊) se introduce bajo esta definición ◊ A = ¬ □ ¬ A

Estos tres sistemas también tienen como primer axioma esta fórmula:

□ (p → q) → (□ p → □ q). Este es el que se llama el sistema K.

Agregando este axioma a cualquier conjunto de axiomas de la lógica proposicional clásica se obtiene el sistema modal más débil de todos, el sistema K.

Es decir el sistema T se obtiene agregando a K el axioma característico de T: □ p → p

S4 se obtiene agregando a T su axioma característico: □ p → □□ p

S5 se obtiene agregando a T su axioma característico: ◊ p → □ ◊ p

Cabe destacar que S4 y S5 son extensiones de T pero cuidado S5 no es una extensión de S4. El axioma característico de S4 no es un teorema de S5 y visceversa.

La base deductiva de estos sistemas se obtiene agregando a las reglas de inferencia de la lógica proposicional el *Modus Ponens*, y la regla de Sustitución o (Necesitación) de la inferencia modal: Si ⊢ A entonces ⊢ □ A.

Hoy se llama Sistema Modal Normal a todo sistema que tenga como axioma el primer axioma de K : □ (p → q) → (□p → □q) y como reglas de inferencia la Necesitación y el M.P.

Según Palau (2001, p. 54) el intento de Lewis de brindar una caracterización de consecuencia lógica deductiva que evitara las paradojas (i) y (ii) que hemos puesto más arriba, fue en vano, porque estas paradojas se repiten en sus sistemas modales.[54]

4.2.3. Semántica de la lógica modal[55]

La primera interpretación semántica de los sistemas modales de Lewis la hizo Carnap. Al principio estos sistemas sólo tuvieron un interés sintáctico. No era posible una interpretación semántica de los sistemas modales con la semántica tradicional. Recién con

---

[54] Si se desea profundizar en los aspectos sintácticos de T, S4 y S5, se pueden consultar el manual de Hughes y Cresswell. Hughes, G. y Cresswell, M. (1984), *A companion to modal logic*, Methuen, London-New York.

[55] Un libro muy útil para profundizar en la semántica de la lógica modal es: Chellas, B. (1980), *Modal Logic*, CUP, Cambridge.

Carnap se da el salto necesario que permite hacer una semántica para los sistemas modales mediante el concepto de verdad necesaria y el concepto de verdad lógica.

Carnap (1947)[56] hace la interpretación semántica de los sistemas de Lewis, en especial del sistema S5. Toda proposición es necesaria si es verdadera en toda descripción de estado.

En 1963 Kripke y sus semántica basada en la noción de mundos posibles, posibilitó el desarrollo de las lógicas modales.[57]

Con el propósito de que al final de la sección podamos caracterizar la noción de consecuencia lógica en los sistemas modales (nótese que no decimos en la lógica modal) vamos a explicar algunos términos:[58]

Una interpretación para un lenguaje modal es un conjunto ordenado de tres elementos: <W, R, V>

W: es un conjunto cuyos elementos generalmente son llamados mundos posibles. Qué es exactamente un mundo posible es materia de debate. Una de las posturas dice que un mundo posible es un conjunto maximal-consistente de proposiciones. Esto es, un conjunto de proposiciones al que si se agregara una proposición cualquiera más, se volvería inconsistente. Esta definición intenta capturar la idea de una descripción completa del mundo (de un mundo).

---

[56] Carnap, R. (1947), *Meaning and Necessity*, The University of Chicago Press, Chicago.

[57] Dice Alchourrón: "En la interpretación de la lógica modal, ha habido dos concepciones influyentes de la necesidad. La primera de ellas fue desarrollada por Carnap (1947) y refinada en Carnap (1956a). El núcleo de este enfoque es la idea de que una proposición es necesaria si cualquier oración que la exprese es analítica, y una oración es analítica si las reglas semánticas bastan para establecer su verdad. Si el operador de necesidad ('N', en la notación de Carnap) se prefija a una oración, el resultado es verdadero si y sólo si la oración es analítica. Esta explicación encapsula una concepción de la necesidad que tuvo enorme influencia. Al formularla, Carnap (1956a, 174) utiliza la expresión 'L-verdadera' en lugar de 'analítica'; pero en su libro, 'L-verdadera' se toma en un sentido amplio: se aplica a lo que hoy llamamos 'lógicamente verdadero', pero también a oraciones como 'ningún soltero es casado'. En otras palabras, 'L- verdadera' se usa como 'analítica' (incluyendo lo lógicamente verdadero como un caso particular). De acuerdo con este enfoque, 'N (ningún soltero es casado)' es verdadera, ya que 'ningún soltero es casado' es analítica, y esto último se cumple porque bastan las reglas semánticas para establecer la verdad de esa oración. Llamaremos concepción semántica de la necesidad' a la propuesta por Carnap, en vista de que se explica en términos de propiedades semánticas de las oraciones. Es muy importante advertir que los lógicos actuales usan una noción de necesidad que es esencialmente idéntica a la de Carnap: es la llamada 'necesidad lógica'."(Alchourrón, 1995, p. 292)
Alchourrón, Carlos,(2005), "Concepciones de la lógica", en, Lógica, vol.7, Enciclopedia Iberoamericana de Filosofia, Ed. TRotta, Madrid.

[58] *Cfr*. Garson, James, "*Modal Logic*", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/logic-modal/>.

R: es una relación entre mundos posibles llamada relación de accesibilidad. La función de la relación de accesibilidad es ayudar a expresar una necesidad o posibilidad relativa. En principio, no todo lo que es posible en un mundo es posible en otro mundo. Supongamos tres situaciones o mundos posibles: w0, w1 y w2. Supongamos además que w0 es la situación actual, en la que el señor Fernández se tiró sin paracaídas de un avión volando a miles de metros, con el fin de suicidarse. Convengamos que en esta situación, el señor Fernández va a morir necesariamente (por necesidad física). Por otro lado, w1 es una situación anterior a w0 en la que el señor Fernández está decidiendo si tirarse o no del avión, y w2 es una situación posterior a w1 en donde el señor Fernández decidió no tirarse del avión. Hay un sentido del término "posible" en el que el enunciado "es posible que el señor Fernández no muera" es verdadero en w1 pero no en w0. De modo que w2 es un mundo posible relativo a w1, pero no relativo a w0. Expresamos esta posibilidad relativa diciendo que w1 tiene acceso a w2, pero que w0 no tiene acceso a w2.

V: es una función que asigna valores de verdad a proposiciones dentro de cada mundo posible. Es decir, la función V asigna a cada proposición p un valor de verdad, pero este valor de verdad puede variar dependiendo del mundo posible en donde se esté evaluando su verdad. Estrictamente hablando, por lo tanto, la función V es una función que toma pares ordenados como argumentos, y devuelve valores de verdad. Estos pares contienen, por un lado, la proposición a ser evaluada, y por el otro, el mundo posible donde será evaluada.

Los mundos posibles no juegan ningún papel sustancial en la definición de los operadores lógicos no-modales, salvo que las condiciones de verdad se definen relativamente a mundos posibles. Sin embargo, los mundos posibles juegan un papel clave en la definición de las condiciones de verdad de los operadores modales:

$V(w, \Box \varphi)$ si y sólo si para todo mundo posible w* tal que wRw* (w tiene acceso a w*) se cumple que $V(w^*, \varphi) = 1$

$V(w, \Diamond \varphi)$ si y sólo si en al menos un mundo posible w* tal que wRw* se cumple que $V(w^*, \varphi) = 1$

4.2.3 Consecuencia lógica modal

La consecuencia lógica está ligada a la noción de verdad; que un argumento es válido quiere decir que preserva necesariamente la verdad. En lógica modal la verdad es relativa a mundos posibles (una fórmula es verdadera en una interpretación en un mundo posible) de modo que la consecuencia lógica también será relativa a mundos posibles: un argumento será válido justo cuando, si sus premisas son todas verdaderas en un mundo posible, su conclusión es verdadera en ese mundo posible. Por otro lado, suele entenderse la necesaria preservación de verdad como preservación de verdad en toda interpretación. Por tanto, un argumento es válido en nuestro lenguaje modal cuando preserva la verdad en todos los mundos posibles en toda interpretación:

$\Gamma \vDash \varphi$ si y sólo si para toda interpretación $<W, R, V>$ y todo mundo posible w en W, si $V(w, \psi) = 1$ para todo ψ en Γ, entonces $V(w, \varphi) = 1$

Lewis define una inferencia válida como aquella en que las premisas implican **estrictamente** la conclusión, o sea, que no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

El acento está puesto en ese adverbio: **estrictamente**.

Presupuesta su crítica al significado de la implicación material de Russell, la idea central de Lewis fue elucidar la noción intuitiva de deducibilidad (o consecuencia lógica sintáctica), a fin de diferenciarla claramente de la implicación lógica definida a partir de la implicación material. Para varios autores, además de construir los primeros sistemas modernos para la lógica modal, C.I. Lewis es el primero que intenta representar la noción de consecuencia lógica sintáctica en el lenguaje objeto de un sistema modal, contrastando con la tradición tarskiana de caracterizarla desde el metalenguaje. (*Cfr*., Alchourrón, p. 294)

No podemos dejar este punto sin establecer las diferencias entre la noción clásica de consecuencia lógica de Tarski y la noción de consecuencia lógica en los sistemas modales de Lewis. Seguimos en este punto las conclusiones de Raul Orayen (2005), de Gladys Palau (2001), y Alchourrón (1995).

1) Además de construir los primeros sistemas modernos para la lógica modal, C.I. Lewis es el primero que intenta representar la noción de consecuencia lógica

sintáctica en el lenguaje objeto de un sistema modal, contrastando con la tradición tarskiana de caracterizarla desde el metalenguaje.

2) Tanto el sistema T como S4 y S5 son extensiones de la lógica proposicional clásica.

3) La implicación estricta sólo puede reproducir la idea de cuando una fórmula se deduce de otra fórmula, ya que a la izquierda de la implicación estricta (⇒)sólo puede colocarse una fórmula y no un conjunto como en el caso de la presentación de Tarski que hablamos por ejemplo de Γ como conjunto de fórmulas.

4) De lo anterior se deduce que en la formulación de Lewis es posible encontrar expresiones anidadas, es decir que contengan más de una aparición ⇒. Por ejemplo: (A ⇒ (B ⇒ A)) lo cual es imposible en la consideración de Tarski porque, como ya hemos señalado ⊢ expresa una relación de consecuencia entre un conjunto de fórmulas llamado por ej. Γ y una fórmula nombrada como A y decimos: Γ ⊢ A.

5) La formulación de Lewis de deducibilidad que trabaja con necesidad y negación (o posibilidad y negación) pone de manifiesto más claramente la idea de necesidad que aparece en el enfoque metalinguístico de la noción de consecuencia lógica. (*Cfr*. Torrente, M., "Formalidad y Necesidad”).

4.2.4 Algunas nociones metalógicas de lógica modal

Gödel (1933)[59] afirma que las lógicas modales son extensiones de L.C.

En la literatura sobre lógica modal se dice que un sistema modal S es **correcto** respecto de una clase e de modelos de Kripke syss todo teorema de S es válido en la clase C. Se dice también que S es completo respecto de e syss toda fórmula de S que sea válida en e es teorema de S.

En cada uno de los sistemas, la relación de consecuencia lógica que caracteriza la deducibilidad en el sistema es distinta. Por ejemplo, en el sistema T, la relación de consecuencia lógica (respecto a la cual T es consistente y completo) es la consecuencia

[59] Gödel, Kurt (1933), “*The present situation in the foundations of mathematics*”, Manuscript, Printed in Gödel,1995. Gödel, Kurt (1995), Collected Works. III: Unpublished essays and lectures. S. Feferman, J. Dawson, S. Kleene, G. Moore, R. Solovay, and J. van Heijenoort (eds.), Oxford University Press, Oxford.

lógica en todas las interpretaciones en las que la relación de accesibilidad es **reflexiva**. Es decir, la clase de todas las interpretaciones <W, R, V> en las que R es reflexiva (todo mundo w en W es accesible desde sí mismo: wRw). Por tanto, la adición del axioma T a K da lugar a un sistema que es completo y consistente respecto a todas las interpretaciones en que R es reflexiva.

Por ejemplo, el sistema S4, que incluye los axiomas T es consistente y completo respecto a las interpretaciones en que R es reflexiva y transitiva. El sistema S5 respecto a las interpretaciones en que R es reflexiva y euclídea[60].

Todos los sistemas de las lógicas modales cumplen con la monotonía.

En consecuencia, los sistemas modales aun cuando cuantifican sobre necesidad y posibilidad son alternativas de LC al cumplir con las propiedades estructurales de la noción de consecuencia lógica y con las propiedades (V'). De acuerdo con nuestro enfoque, la lógica modal es entonces un lógica alternativa.

4.3 Sistema Adaptativo Mixto: Sistema por Defecto

Los sistemas por Defecto (*default logic*), como parte de la familia de las llamadas lógicas no-monotónicas son un buen ejemplo de los *sistemas adaptativos mixtos*. Este tipo de sistemas surgen con tres propósitos principales:

i. desarrollar un sistema formal cuyo lenguaje incluya reglas de la lógica de primer orden, pero adicionalmente incorpore reglas falibles para modelar razonamientos en contextos retractables.

ii. a partir de (i) analizar razonamientos que eventualmente pueden formularse en la ciencia y en la vida cotidiana, cuya característica principal es asumir conclusiones indebidamente.

iii. modelar (ii) y mostrar bajo qué condiciones el nexo-inferencial entre premisas y conclusiones funciona apropiadamente.

Mediante (i), (ii) y (iii) la teoría por defecto intenta capturar formalmente la idea de que un conjunto de creencias permite aceptar ciertas conclusiones, aun cuando tales conclusiones

[60] No interpretada en relación con un mundo de objetos físicos.

no están lógicamente implicadas por el conjunto actual de creencias en un contexto específico.

El sistema por defecto funciona de la siguiente manera.

Se constituye por dos conjuntos de expresiones: a. Expresiones del lenguaje lógico de primer orden y b. Reglas por defecto introducidas mediante una sintaxis particular.

La característica principal de este tipo de lenguaje es el uso de una regla de inferencia anulable (*defeasible inference rule*): regla por defecto (*default rule*)

$$(\gamma : \theta) / \tau$$

La interpretación de $(\gamma : \theta) / \tau$ la denominamos *mixta* Esto es, contiene aspectos de carácter lógico y otros de carácter contextual en principio no formalizado. Veamos:

γ : pre-requisito

θ: justificación

/: se sigue

τ: conclusión

la lectura de la inferencia es la siguiente: si el pre-requisito (γ) se conoce, y no hay evidencia de que la justificación (θ) sea falsa, entonces la conclusión τ puede inferirse. En otras palabras, para todos los individuos $x_1, \ldots x_m$, si γ se cree y si θ es consistente con nuestras creencias, entonces τ puede ser creída. Los componentes lógicos de la forma $(\gamma : \theta) / \tau$, forman parte de γ mientras θ resulta de una prueba de consistencia entre el contenido de la hipótesis y la información disponible.[61]

[61] Sistema por Defecto = Lógica clásica + reglas de inferencia por defecto
Reglas por defecto: $\alpha : \beta_1, \ldots, \beta_m \; \gamma$ ($m \geq 0$)
donde $\alpha, \beta_1, \ldots, \beta_m, \gamma$ son todas fórmulas.
α: 'prerrequisitos'
$\beta_1, \ldots, \beta_m$: condiciones de consistencia o justificación
γ: consecuente
Informalmente:
Si α es derivable y $\beta_1, \ldots, \beta_m$ todas son consistentes, entonces se deriva γ.
Si α es derivable and $—\beta_1, \ldots, —\beta_m$ no es derivable, entonces se deriva γ.

Los siguientes dos ejemplos muestran dos casos clásicos de inferencias por defecto. Tomo estos casos de Morado (2004, p. 327)[62]:

> *Tweety: Se le dice a usted que Tweety es un pájaro y usted concluye que Tweety vuela.* (Reiter, R. 1980, p. 68)
>
> *Aerolínea: Se le dice a usted que Airline Canada vuela de Vancouver a Toronto, Boston y Los Ángeles. Cuando otra persona le pregunta si vuela a Toulouse usted dice que no.*

Mediante la regla por defecto se incluye en el sistema un contexto no formalizado específico de creencias, desde las cuales es posible el funcionamiento de la inferencia. La expresión 'se sigue de' en este caso también funciona como preservadora necesaria de la verdad, sin embargo, la verdad de la conclusión depende de factores epistémicos específicos -condiciones o pruebas de consistencia de información- que permitan derivarla.

Los dos ejemplos de arriba nos muestran que razonamientos aparentemente correctos nos llevan a conclusiones falsas. El contra-ejemplo clásico del primer caso, es la existencia de pingüinos -los cuales son aves y no vuelan. Respecto al segundo caso, si bien las hipótesis aparentan contener la información completa sobre un hecho, en realidad disponen de información limitada desde la cual no se sigue la conclusión -es lógicamente posible que la aerolínea en efecto viaje a Toulouse. De esta manera, los razonamientos por defecto, se producen cuando las inferencias no se preservan considerando un aumento de premisas. Los sistemas por defecto al intentar capturar formalmente esta condición su lenguaje debe ser tal que deja fuera el criterio estructural de la monotonía.

Por otra parte, hay quien podría defender la inferencia por defecto en términos deductivos. Esta defensa podría formularse al considerar una especificación de contexto desde la cual la inferencia deductiva sea útil para justificar la información de la conclusión. Sin embargo, la consecuencia en este caso se subordina a la especificación del contexto. Si bien, este aspecto no implica un cambio de sentido de la consecuencia deductiva, si incorpora aspectos relativos a un tema utópico en la justificación de las inferencias. Dada la

---

Nótese que: $\alpha : \beta_1, \ldots, \beta_m / \gamma$, no es lo mismo que: $\alpha : \beta_1 \wedge \ldots \wedge \beta_m / \gamma$. *Cfr*. Sergot, Marek, *Dafault Logic*, Department of Computing Imperial College, London, February 2004; February 2007 v1.1; February 2010 v1.1h: https://www.doc.ic.ac.uk/~mjs/teaching/KnowledgeRep491/DefaultLogic_491-2x1.pdf

[62] Morado, R., (2004), "Problemas filosóficos de las lógicas no-monotónicas", en Raúl Orayen y Alberto Moretti (eds.), Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, vol. 27, Trotta y Consejo Superior de Investigaciones Científicas, pp. 313-344.

posibilidad de esto último, la consecuencia por defecto puede ser incompatible con los criterios (V') de consecuencia: formalidad, normatividad y necesidad. La teoría por defecto incluye, en cualquier caso, una noción de consecuencia para el sistema no-monotónico.

Notemos una cuestión importante, las reglas por defecto se aplican sólo si la conclusión de un razonamiento *no puede derivarse deductivamente* desde el conjunto de creencias relevantes. Luego tal conclusión sólo podrá derivarse en este caso si hay una regla por defecto que apoye su derivación. Esta idea captura las razones que hemos ofrecido, por las cuales los sistemas por defecto no son sistemas lógicos, ni alternos. A partir del cálculo de secuentes de Gentzen se ha señaldo que el conjunto de reglas de inferencia de un cálculo determina su versión de consecuencia. Así al integrar la teoría por defecto reglas lógicas y reglas anulables (reglas consistentes por contexto) su versión de consecuencia no satisface el conjunto de condiciones estructurales y (V') de consecuencia. La teoría por defecto es un sistema adaptativo mixto.

4.4 Consideraciones finales

La distinción entre los distintos sistemas formales puede trazarse a partir de dos aspectos:

1. Distinguiendo la manera en que se clausura las relaciones de consecuencia entre las diferentes oraciones de un sistema.

2. Determinando si la relación de consecuencia de cada sistema es consistente con los criterios de reflexividad, monotonía, corte (criterios estructurales), y formalidad, normatividad, necesidad (criterios V').

Este trabajo ha desarrollado (1) y (2) para obtener los siguientes resultados:

i. existe la posibilidad de un pluralismo lógico a partir de la re-codificación de la relación de consecuencia lógica.

ii. existe un pluralismo lógico sin rivalidad.

iii. los sistemas formales se dividen como miembros de uno de los siguientes grupos: Sistemas Lógicos, Alternativas, Sistemas adaptativos Mixtos.

El recorrido ha sido el siguiente. A partir de Maciskek (2005) distinguimos diferentes sentidos de logicidad: Constantes lógicas o transparencia para expresiones; Consecuencia Lógica o neutralidad tópica; Generalidad o universalidad de las Teorías Lógicas; Criterios sintácticos y semánticos de logicidad; y por último, Logicidad estructural. Nuestra propuesta suscribe esta última opción.

En lo referente a la noción de consecuencia lógica nos adentramos en "Interpretaciones alternas de Consecuencia Lógica. Criterios estructurales y criterios (V')". Relacionamos a partir de Gabbay (1997) y Soler (2012) el tema de logicidad estructural con las versiones de consecuencia sintáctica y semántica estándar. Al tiempo, hemos relacionado estas versiones con algunas aportaciones que han ofrecido Restall y Beall (2000) para delimitar dos nociones de consecuencia lógica: *mundos posibles* (preservación necesaria de verdad) y *modelo-teórica* de Tarski (*GTT*).

A partir de este análisis, suscribimos las razones de Restall y Beall para defender una recodificación del concepto de consecuencia lógica y lo que se sigue de aquí, la variación del concepto de validez**.** Este resultado se encuentra a la base toda nuestra propuesta.

Lo más importante de nuestro trabajo es que, como consecuencia de los criterios de logicidad que hemos adoptado -estructurales y (V'), proponemos un pluralismo lógico sin rivalidad y desarrollamos nuestro original punto de vista, sobre Lógica, Alternativas y Sistemas Adaptativos Mixtos.

Hemos incorporado un ejemplo de sistema Lógico a partir de la Lógica de Secuentes de Gentzen, uno de Alternativas con la presentación somera de algunos sistemas de Lógica Modal y finalmente un ejemplo de Sistemas Adaptativos Mixtos considerando la teoría por defecto (*Default*).

Esperamos haber hecho claro al lector después de este breve recorrido, que sin duda, abre la puerta a futuras investigaciones del por qué la **lógica puede aceptar, Alternativas pero difícilmente la rivalidad.**

Referencias

Alchourrón, Carlos, (1995), "Concepciones de la lógica", en, Lógica, vol. 7, Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, Ed. Trotta, Madrid.

Carnap, R. (1947), Meaning and Necessity, The University of Chicago Press, Chicago.

Eklund, Matti, (2012), "The Multitude view of Logic", Restall and Bell (eds.), New Waves of Philosophy of Logic.

Etchemendy, J. (1988), "Tarski on truth and logical consequence". Journal of Symbolic Logic, 53(1), pp. 51–79.

Gabbay, Dov M., (1997), Labelled Deductive System, Oxford University Press, Oxford.

Garson, James, "Modal Logic", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/logic-modal/>

Gentzen, G., (1934–1935), Untersuchungen über das logische Schliessen (Investigations into Logical Inference), Ph.D. thesis, Universität Göttingen. Published in Gentzen, 1969.

Gödel, Kurt (1933), "The present situation in the foundations of mathematics", Manuscript, Printed in Gödel, 1995. Gödel, Kurt (1995), Collected Works. III: Unpublished essays and lectures. S. Feferman, J. Dawson, S. Kleene, G. Moore, R. Solovay, and J. van Heijenoort (eds.), Oxford University Press, Oxford.

Gómez-Torrente, Mario, (2015), "Alfred Tarski", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2015 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2015/entries/tarski/>.

Gómez, T. Mario, (1998), "Tarski on Logical Consequence", Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. 37 (no. 1), 1998, pp. 125-151.

Jefrey, R. C., (1991), Formal Logic: its scope and its limits, McGraw Hill.

Kneale, W. y Kneale, M. (1962), The development of Logic, Oxford, OUP. Versión en español, El desarrollo de la lógica, Tecnos, Madrid, 1972.

Legris y Lombardi (1999), "Prolog como un sistema de secuentes", Jornadas de Epistemología de las Ciencias Económicas 1998, Facultad de Ciencias Económicas-Universidad de Buenos Aires Buenos Aires. (http://www.econ.uba.ar/www/departamentos/humanidades/plan97/logica/legris/textos/Prologsec.pdf)

Lewis, C., (1918), A Survey of Symbolic Logic, University of California Press, Berkeley.

Lewis, C. y Langford, C., (1932), Symbolic Logic, Dover, New York.

Maciaszek, J., (2005), "Partial criteria of logicality", Anales del Seminario de Historia de la Filosofía, Vol. 22 pp. 139-156 .

Morado (2004), "Problemas filosóficos de las lógicas no-monotónicas", en Raúl Orayen y Alberto Moretti (eds.), Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, vol. 27, Ed. Trotta y Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, pp. 313-344.

Morado R., y Campirán, A, "Sobre la enseñanza de las lógicas no clásica", Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM-Universidad Veracruzana.

Palau, Gladys, (2001), "La noción abstracta de consecuencia lógica", Buenos Aires.

Quine, (1960), 1960, Word and Object, M.I.T. Press, Cambridge, Mass.

Restall and Beall, (2000), "Logical Pluralism", version of March 28, 2000.

—— (2006), *Logical Pluralism*., Oxford University Press , Oxford.

Sergot, Marek, Dafault Logic, Department of Computing Imperial College, London, February 2004; February 2007 v1.1; February 2010 v1.1h: https://www.doc.ic.ac.uk/~mjs/teaching/KnowledgeRep491/DefaultLogic_491-2x1.pdf

Shapiro, Stewart, "Classical Logic", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2013 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/logic-classical/>.

Soler, Toscano Fernando (2012), "¿Qué es lo lógico?" La logicidad dentro y fuera de la lógica, Revista de Humanidades, 19, p. 200.

Tarski, Alfred and Corcoran, John (1986) "What are logical notions?", History and Philosophy of Logic, 7:2, pp. 143-154. (http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01445348608837096)

Tarski, A. (1983), "On the Concept of Logical Consequence", translation of Tarski 1936 by J.H. Woodger in Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics, second edition, ed. by J. Corcoran, Hackett, Indianapolis, 1983, pp. 409–20.

Tarski, A., (1944), "The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics", Philosophy and Phenomenological Research, 4, pp. 341–376.

Tarski, Alfred, (1936), "Ueber den Begriff der logischen Folgerung". Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique, pp. 1-11.

Tomasini, Alejandro, (1977), Reseña, Leonard Linsky, Names and Descriptions, The University Press, Chicago and London.

Zach, Richard, "Hilbert's Program", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/hilbert-program/>.