

Recio, Gonzalo Luis

Psicogénesis e historia de la astronomía

Tábano N° 13, 2017

Este documento está disponible en la Biblioteca Digital de la Universidad Católica Argentina, repositorio institucional desarrollado por la Biblioteca Central "San Benito Abad". Su objetivo es difundir y preservar la producción intelectual de la Institución.

La Biblioteca posee la autorización del autor para su divulgación en línea.

Cómo citar el documento:

Recio, Gonzalo L. "Psicogénesis e historia de la astronomía" [en línea]. *Tábano*, 13 (2017). Disponible en: <http://bibliotecadigital.uca.edu.ar/greenstone/cgi-bin/library.cgi?a=d&c=Revistas&d=psicogenesis-historia-astronomia-recio> [Fecha de consulta:]

GONZALO LUIS RECIO

UNQ- CONICET - UNTREF

PSICOGÉNESIS E HISTORIA DE LA ASTRONOMÍA

gonzalorecio@hotmail.com

Recepción: Mayo 2017

Aceptación: Junio 2017

RESUMEN

Uno de los proyectos más ambiciosos de Piaget fue extender algunos aspectos de su teoría del desarrollo cognitivo, proponiendo que el dominio explicativo de la teoría podría extenderse a la historia de la ciencia. Este trabajo presenta un caso que resulta de interés para la discusión acerca de la factibilidad de la pretensión piagetiana, mostrando de qué modo el desarrollo de los modelos planetarios desde Ptolomeo a Kepler sigue las etapas descritas por Piaget en su teoría.

PALABRAS CLAVE

Ptolomeo, Copérnico, Kepler, Piaget, modelos planetarios.

RESUMO

Um dos projetos mais ambiciosos de Piaget foi ampliar alguns aspectos de sua teoria do desenvolvimento cognitivo, propondo que o domínio explicativo da teoria pudesse se estender à história da ciência. Este artigo apresenta um caso interessante para a discussão sobre a viabilidade da pretensão piagetiana, mostrando como o desenvolvimento de modelos planetários de Ptolomeu a Kepler segue os estágios descritos por Piaget em sua teoria.

PALAVRAS-CHAVE

Ptolomeu, Copernicus, Kepler, Piaget, modelos planetários.

1. INTRODUCCIÓN

*Psicogénesis e historia de la ciencia*¹ fue la última obra de Piaget que el psicólogo suizo revisó antes de su publicación. Su edición estuvo a cargo del coautor de la misma, Rolando García. En ella, según nos dice García, los investigadores buscan saber “[...] si los mecanismos de pasaje de un período histórico al siguiente, en el contexto de un sistema nocional, son análogos a los mecanismos de pasaje de un estadio genético a sus sucesores.”² En ese sentido, la obra se enmarca en la teoría del desarrollo cognitivo piagetiana, y constituye un intento de trasladarla, por analogía, al ámbito de la historia de la ciencia. La obra está dividida en tres partes

fundamentales: en primer lugar, una exposición introductoria a las ideas de Piaget respecto del conocimiento humano. Las siguientes dos partes —cada una de las cuales está constituida por varios capítulos— se ocupan de estudiar la historia de dos disciplinas científicas, a saber, la historia de la dinámica y la historia de la geometría, e intentan encontrar paralelismos que apoyen la tesis de un desarrollo de la ciencia análogo al desarrollo de las capacidades cognitivas del ser humano.

Este trabajo pretende ser un ejercicio similar al llevado a cabo en estas últimas dos partes, sólo que aplicado a la historia de la astronomía. Desde el punto de vista metodológico, me voy a enfocar uno de los mecanismos de pasaje a los que Piaget se refiere en la obra, y que él mismo considera la parte más original del trabajo:

El segundo mecanismo de pasaje, que hasta ahora no había sido estudiado pero que constituye el tema central de esta obra, es un proceso que nos parece también de naturaleza completamente general: es el proceso que conduce de lo intra-objetal (o análisis de los objetos), a lo inter-objetal (o estudio de las relaciones y transformaciones) y de allí a lo trans-objetal (o construcción de las estructuras). El hecho de que esta tríada dialéctica se reencuentre en todos los dominios y en todos los niveles, nos parece la principal adquisición a la cual alcanzamos con nuestro esfuerzo comparativo.³

Pienso que es posible encontrar, en el “dominio” de la historia de la astronomía, una sucesión de estadios que apoyan la pretensión de generalidad de Piaget y García para el mencionado mecanismo de pasaje. Para ello voy a enfocarme en los que, a mi modo de ver, constituyen tres momentos fundamentales en la historia de la astronomía matemática, al menos desde el momento en que esta ciencia comenzó a diseñar modelos geométricos cinemáticos que den cuenta de las trayectorias observadas de los astros: en primer lugar, Ptolomeo con su astronomía epicíclica del *Almagesto*, luego Copérnico con sus modelos heliocéntricos, y finalmente Kepler y sus leyes del movimiento planetario.

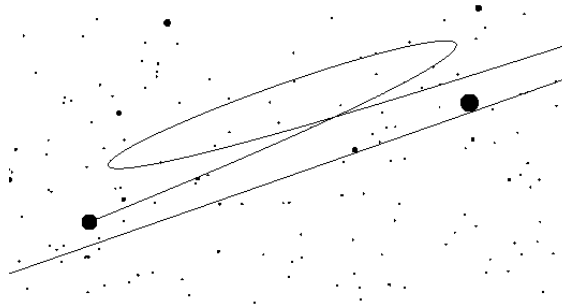
La explicación de los sistemas astronómicos va a ceñirse únicamente a los aspectos que es necesario comprender para seguir el argumento. Los detalles técnicos de cada uno, aunque sumamente interesantes e importantes en términos astronómicos, van a ser pasados por alto. Elementos tales como la excentricidad o el ecuante ptolemaicos, la excentricidad o los epiciclos menores de Copérnico, o las técnicas matemáticas keplerianas para determinar excentricidades, van a ser ignorados completamente.

2. TEORÍAS PLANETARIAS EN EL *ALMAGESTO* DE PTOLOMEO.

Los movimientos planetarios fueron de los primeros y más complejos problemas que la astronomía antigua enfrentó. Como era sabido desde tiempos inmemoriales, todas las estrellas del cielo mantienen una posición relativa fija, con

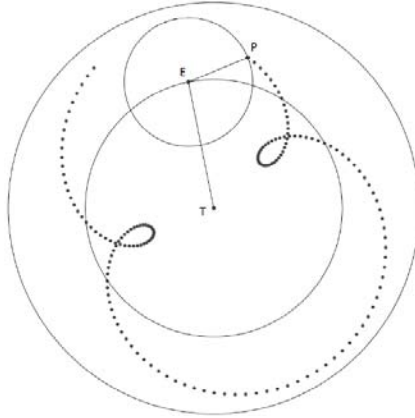
la excepción de cinco, que se mueven a través del resto siguiendo trayectorias aparentemente irregulares. A esas estrellas los griegos las llamaron planetas.

Los cinco planetas, a lo largo de su movimiento a través del Zodíaco, tienen un movimiento medio que es en el sentido de los signos. El movimiento real, no obstante, es uno en el cual el planeta alterna entre un movimiento en el sentido de los signos, y uno en el sentido contrario a ellos, aumentando la velocidad hasta llegar a un máximo, para luego comenzar a disminuirla, llegando a valores negativos. Es durante esas velocidades negativas cuando se dice que el planeta retrograda (fig. 1), pues su longitud, la cual se mide en grados, está disminuyendo.



(1) Esquema de la trayectoria de Marte durante un movimiento de retrogradación completo en el año -8 en la constelación de Leo. Además de Marte a la izquierda, se puede ver a la brillante Regulus sobre la derecha. La línea inferior es la eclíptica, y el sentido de los signos es de derecha a izquierda.

El sistema de epiciclo y deferente, si bien no fue la primera solución geométrica propuesta para el problema,⁴ sí constituyó un modelo que, por su flexibilidad, permitía intentar soluciones cuantitativamente más precisas que antes. Su origen se remonta a Apolonio de Perga, hacia fines del siglo III a.C.⁵ En un sistema de epiciclo y deferente el planeta se mueve sobre un círculo externo, llamado por ello *epiciclo*,⁶ el cual a su vez se mueve sobre un círculo que en cierto modo lo “lleva”, razón por la cual este último se llama *deferente*.⁷ El movimiento combinado de ambos elementos, esto es, del epiciclo sobre el deferente, y del planeta sobre el epiciclo, hace que, desde la perspectiva de un observador terrestre, el planeta retrograde.⁸



(2) Esquema de un sistema de epiciclo y deferente, donde el círculo más externo es la eclíptica, y el sentido de los signos es antihorario. El planeta P se mueve sobre el epiciclo en el sentido de los signos, y el centro del epiciclo E se mueve sobre el deferente con centro en la Tierra T, también en el sentido de los signos. El movimiento compuesto de ambos hace que P, visto desde T, retrograde.

Ahora bien, el modelo descripto más arriba es apenas un esquema general que todavía está vacío del contenido cuantitativo propio de cada planeta. El tamaño del deferente y del epiciclo, y la velocidad de rotación de cada elemento, eso es información para la cual Ptolomeo debe llevar a cabo investigaciones ad hoc, adaptadas para cada planeta. Las velocidades de rotación del planeta sobre el epiciclo, y de éste sobre el deferente, por ejemplo, son datos que Ptolomeo obtiene a partir de siglos de posiciones celestes registradas en las tabletas babilónicas, y en ocasiones corregidas por cálculos propios. Ptolomeo no encuentra ninguna ley que relacione las velocidades de movimiento de los elementos del modelo de un planeta con aquéllas de otro. Cada planeta constituye un modelo aparte, y este hecho se refleja en la estructura del propio *Almagesto*, donde a cada planeta le corresponde un libro aparte, en el que lleva adelante los cálculos correspondientes para cada uno.

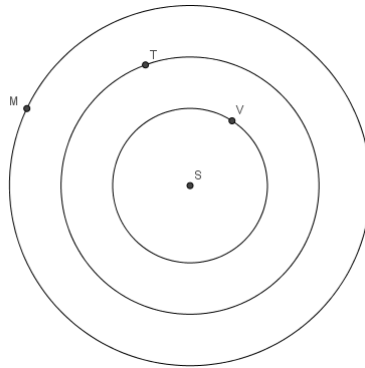
El estudio del tamaño del epiciclo y del deferente de cada planeta es un caso aún más elocuente. Incapaz de establecer un patrón común de medida, en todos los casos de los planetas Ptolomeo asume un valor de 60 partes arbitrarias para el radio del deferente, y luego calcula cuántas partes mide el radio del epiciclo. De ese modo, sólo conoce el valor de la proporción entre epiciclo y deferente para cada planeta, pero desconoce cuál es la relación de tamaños entre deferentes y epiciclos de diferentes modelos planetarios. Así, en el caso del planeta Marte Ptolomeo nos dice que, si el deferente tiene un radio igual a 60 partes, el del epiciclo es igual a 39,5 partes. En el caso de Júpiter, por otro lado, si el radio del deferente es de 60 partes, el del epiciclo es de 11,5 partes. Cuál es la relación entre ambos, eso Ptolomeo lo

ignora. El propio Copérnico, al evaluar el estado de la astronomía de su tiempo —en esta cuestión, idéntico al de la época de Ptolomeo—, critica esta falta de unidad de medida común a todos los planetas.⁹

3. EL CAMBIO HELIOCÉNTRICO EN EL *DE REVOLUTIONIBUS* DE COPÉRNICO

La publicación póstuma del *De Revolutionibus* de Nicolás Copérnico¹⁰ significó un hecho mayúsculo en la historia de la astronomía. Por primera vez se planteaba, explícitamente, un modelo geométrico cuantitativo donde el centro de los movimientos planetarios no era la Tierra, sino el Sol. Aún más, la Tierra pasaba, ella misma, a ser un planeta, teniendo un movimiento heliocéntrico como el resto de los planetas. El cambio, sin embargo, fue un cambio geométrico. No fueron nuevas observaciones las que llevaron a Copérnico a su novedosa propuesta, sino sólo su búsqueda por un sistema más satisfactorio que el hasta entonces aceptado.¹¹

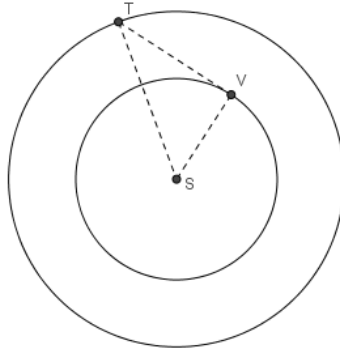
Una de las ventajas principales del sistema heliocéntrico de Copérnico es que allí los epiciclos de los planetas superiores y los deferentes de los planetas inferiores eran reemplazados, todos ellos, por el deferente de la Tierra.



(3) Esquema del sistema copernicano con tres planetas, la Tierra, Venus y Marte.

En la fig. (3) vemos al Sol S como centro del sistema, luego el planeta Venus representado por el punto V, la Tierra por el punto T, y Marte por el punto M. El epiciclo de Marte y el deferente de Venus han sido eliminados, al costo de adicionar un deferente a la Tierra. Este cambio simplificó mucho —como el propio Copérnico señala— la explicación de las retrogradaciones: estas se producen cuando la Tierra “sobrepasa” a los planetas superiores en su movimiento en torno al Sol, o cuando es “sobrepasada” por los planetas inferiores.

La ventaja que nos interesa aquí, sin embargo, es otra. Un sistema así permitía al astrónomo hacer algo que Ptolomeo no podría haber hecho: conocer las distancias relativas *entre* los planetas. Para ello, sólo tenía que usar trigonometría, y seleccionar cuidadosamente algunas observaciones.



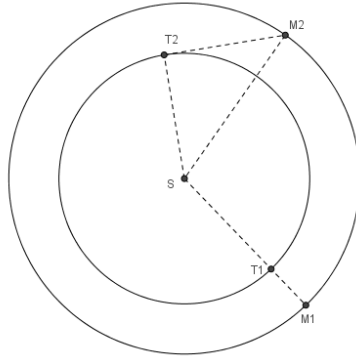
(4) Esquema del cálculo de distancias planetarias para un planeta inferior.

En la fig. (4) he unido con líneas la posición de la Tierra, el Sol y Venus, de la figura anterior. Aquí Venus se encuentra en su máxima elongación. Esto quiere decir que, desde el punto de vista de un observador terrestre, el ángulo $\angle STV$ ha alcanzado su máximo valor posible. Esto sucede únicamente cuando la línea TV es tangente al deferente de Venus. Además, gracias a Euclides¹² (*Elementos III, 8*) sabemos que, si la línea TV es tangente al círculo que funciona como deferente de Venus con centro en S , entonces la línea VS es perpendicular a TV . Por lo tanto, el triángulo TSV es un triángulo rectángulo.

Ahora bien, en el triángulo rectángulo TSV conocemos el ángulo $\angle STV$ por observación, y el ángulo $\angle TVS$ por deducción geométrica. Por lo tanto, conocemos el tercer ángulo $\angle VST$. Además, conocemos el valor de la hipotenusa: TS es igual a una distancia Tierra-Sol. Con esos datos, es posible resolver completamente, a través del uso de funciones trigonométricas, el triángulo, y por lo tanto conocer el valor de VS en la unidad de medida adoptada, la distancia Tierra-Sol.

El caso de los planetas superiores es un poco más complejo. En primer lugar, hay que tomar en cuenta que, al menos desde Ptolomeo, ya eran conocidos los períodos sidéreos de los planetas, esto es, el tiempo que le toma a un planeta dar una vuelta sobre su órbita. En el caso de la Tierra, simplemente hay que tomar el período sidéreo que los antiguos le asignaban al Sol, y reasignárselo a la Tierra.

En segundo lugar, hay que tomar dos observaciones precisas: una de un momento en que el planeta se encuentre en oposición, esto es, el momento en que para un observador terrestre el ángulo entre el Sol y el planeta es 180° . La otra del momento en que el planeta se encuentra en cuadratura, esto es, cuando ese ángulo es igual a 90° .



(5) Esquema del cálculo de distancias para un planeta superior.

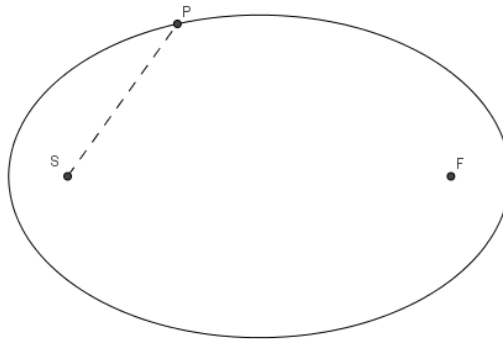
En la fig. (5) vemos ambas situaciones. Abajo a la derecha vemos a la Tierra en T1 y a Marte en M1, en una configuración de oposición. Luego de un tiempo x los planetas se encuentran en T2 y M2 respectivamente, en una configuración de cuadratura. Dado que conocemos los períodos sidéreos de ambos planetas, podemos calcular el valor del ángulo $\angle T1ST2$ y del ángulo $\angle M1SM2$. Por lo tanto, es posible calcular el ángulo $\angle M2ST2$, pues resulta de la resta de los anteriores.

Como dije, $\angle ST2M2$ es un ángulo recto, por lo que el triángulo M2ST2 es un triángulo rectángulo. Ahora bien, de ese triángulo rectángulo conocemos el valor del ángulo $\angle ST2M2$ por observación, y del ángulo $\angle M2ST2$ por razonamiento geométrico. Por lo tanto, conocemos el valor del tercer ángulo $\angle T2M2S$. Además, conocemos el valor de un cateto: T2S es igual a una distancia Tierra-Sol. Con esos datos, es posible resolver completamente, a través del uso de funciones trigonométricas, el triángulo, y por lo tanto conocer el valor de M2S en la unidad de medida adoptada, la distancia Tierra-Sol.

4. LA UNIFICACIÓN DE LA TEORÍA PLANETARIA: *HARMONICES MUNDI* Y LA TERCERA LEY DE KEPLER

En la *Astronomia Nova* Kepler había estudiado con detenimiento el movimiento de Marte. Luego de una serie de cálculos, llegó a la conclusión de que los dos presupuestos fundamentales sobre los que se venía apoyando, esto es, que las

órbitas de los planetas son circulares, y que se mueven siguiendo una velocidad angular uniforme a un punto, estaban equivocadas.¹³ Ese fue el nacimiento de lo que conocemos como las dos primeras Leyes de Kepler. La primera Ley dice que las órbitas de los planetas describen elipses, las cuales tienen al Sol por uno de sus focos. La segunda dice que los planetas se mueven a través de esas elipses a una velocidad tal que la línea que une al planeta con el Sol barre las mismas áreas en los mismos tiempos.



(6) Esquema de las dos primeras leyes de Kepler. La elipsidad está notablemente exagerada.

En la fig. (6) vemos una órbita planetaria elíptica, donde el Sol S es uno de los focos, y F es el otro foco, donde no hay nada. El planeta P se mueve sobre la elipse de tal modo que la línea SP barre iguales áreas en iguales tiempos.

Nuestro interés, no obstante, está centrado en la Tercera Ley de Kepler. Esta no se encuentra en la *Astronomia Nova*, sino en una obra posterior, las *Harmonices Mundi*, donde Kepler busca, entre otras cosas, describir las órbitas planetarias en términos de armonías musicales. Allí Kepler desarrolla la investigación que lo llevará a su gran descubrimiento.¹⁴ Expresada de modo simple, la Tercera Ley dice que, para todos los planetas, la proporción entre el cuadrado de su período orbital y el cubo del semieje mayor de su órbita es la misma.

Planeta	Período orbital (en años) P	Semieje mayor (en UA) S	P^2/S^3
Mercurio	0.241	0.38	1.05848156
Venus	0.615	0.72	1.0133343
Tierra	1	1	1
Marte	1.88	1.52	1.00643315

Júpiter	11.9	5.186666667	1.01491322
Saturno	29.5	9.533333333	1.00440692

(7) Tabla donde se aprecia la adecuación de la Tercera Ley para los cinco planetas conocidos en tiempos de Kepler.

En la fig. (7) vemos cómo, de algún modo, la astronomía anterior permitió el gran logro kepleriano. En primer lugar, conocemos los períodos orbitales gracias a la astronomía antigua babilónico-griega. Luego, gracias al cambio heliocéntrico, conocemos la distancia entre cada planeta y el Sol en UA. Por último, asumiendo lo anterior en una fórmula que supera y subsume los conocimientos anteriores, vemos la constancia de la proporcionalidad propuesta por Kepler en su Tercera Ley.

Más tarde se descubrió que la Tercera Ley de Kepler también se aplica a las lunas galileanas de Júpiter, y, unas décadas más tarde, Isaac Newton mostraría cómo tanto la Tercera como la Primera y Segunda Ley se derivan de sus leyes para la mecánica.

5. CONCLUSIONES

Los cambios en la astronomía vistos en las páginas precedentes muestran una evolución en la que se pueden ver, de modo relativamente claro, los tres estadios propuestos por Piaget. En primer lugar, vemos una preocupación, en la obra ptolemaica, por estudiar cada uno de los planetas. Estos son, obviamente, junto al Sol, la Luna y las estrellas fijas, los objetos más inmediatos al estudioso de los cielos. Era, ineludiblemente, el lugar por donde iban a comenzar. Así, Ptolomeo desarrolla precisos modelos planetarios, que permiten conocer con un alto grado de exactitud la posición y el desarrollo de sus movimientos a través de la esfera celeste. Como vimos, sin embargo, cada modelo —aunque comparta características con aquéllos correspondientes a los de los demás planetas— se encuentra encerrado en sí mismo, y sólo habla acerca del planeta para el cual fue diseñado. En el *Almagesto* encontramos, ciertamente, una descripción de la estructura geométrica de todos los astros. El cuadro general, no obstante, no es más que la suma de sus partes: no existe allí una teoría de la totalidad del sistema en cuanto tal. Este es el momento intra-objetal.

La etapa copernicana muestra un salto en el mecanismo de pasaje: la preocupación no es ya únicamente por los planetas en sí, sino también por el modo en que esos planetas están relacionados. Copérnico era muy consciente de este salto: la astronomía no sólo indicaba las coordenadas celestes de los planetas, sino que era capaz, también, de indicar cuál era la relación de distancias entre cada uno de ellos. En cierta manera, el cambio heliocéntrico permitió el comienzo del desarrollo de un modelo de todo el sistema en cuanto tal. Si bien no hay una comprensión de las leyes

que gobiernan esas relaciones geométricas *entre* los modelos, tanto en el *Commentariolus* como en el *De Revolutionibus* encontramos modelos planetarios que no sólo permiten predecir las coordenadas celestes de los astros para cualquier momento dado, sino también indican cuáles son, *de hecho*, las relaciones geométricas que los conectan. Este el momento inter-objetal.

Por último, la etapa kepleriana corona el desarrollo con la formulación de la Tercera Ley de Kepler. Si bien las dos primeras leyes, al explicar cuál es la estructura general de todas las órbitas —aunque Kepler al principio sólo limitó su aplicabilidad al planeta Marte— ya muestran una preocupación que no se limita ni a los planetas en sí mismos, ni a las relaciones espaciales entre ellos, sino a la estructura que gobierna esas relaciones, en la Tercera Ley queda expuesto, de modo ejemplar, el nuevo tipo de preocupaciones astronómicas. Allí Kepler expone, en una brevísima fórmula, cuál es el modo fundamental por el que las órbitas, sus tamaños y los períodos orbitales de cada planeta están gobernados. El objeto de estudio no son los planetas, sino la estructura que los gobierna. Esto constituye el cambio fundamental. Como Copérnico, Kepler percibió con mucha claridad esta diferencia, y consideraba haber alcanzado el conocimiento de algo que la humanidad jamás había percibido. Ya no sólo conocemos el modelo de cada planeta en particular. Nuestro conocimiento tampoco se limita a comprender cómo esos modelos están relacionados, de hecho, en nuestro sistema solar. En la investigación kepleriana, se encuentra la respuesta a un nuevo interrogante superador, pues allí nos es revelado el principio subyacente que explica por qué esos modelos están relacionados del modo en que lo están. Esta es la etapa trans-objetal. Las leyes de la mecánica de Newton serían la notable prolongación de estos estudios, al unificar esa búsqueda de estructuras trans-objetales, encontrando las mismas leyes para el mundo de los astros y para el ámbito terrestre.

¹ PIAGET, J. y GARCÍA, R., *Psicogénesis e historia de la ciencia*, Siglo Veintiuno, México D.F., 1992.

² *Ibid.*, 6.

³ *Ibid.*, 33.

⁴ Un ejemplo notable de solución a las retrogradaciones planetarias, que es anterior al sistema de epiciclo y deferente, podemos verlo en la propuesta de esferas homocéntricas de Eudoxo y Calipo de Atenas, famosamente expuesta en la *Metafísica* de Aristóteles (cfr. 1073a15-1074b15).

⁵ Cfr. EVANS, J., *The History and Practice of Ancient Astronomy*, Oxford University Press, New York, 1998, 340.

⁶ Del griego ἐπικίκλος, “sobre el círculo”.

⁷ Ptolomeo no utiliza un término único para llamar a este círculo. El nombre tradicionalmente usado es medieval, y proviene de latín *deferro*, “llevar”.

⁸ Para que efectivamente se dé la retrogradación debe cumplirse una determinada relación entre los tamaños de ambos círculos y las velocidades angulares de ambos elementos móviles, a saber, $\frac{r}{R-r} > \frac{vE}{vP}$ donde r es el radio del epiciclo, R el radio del deferente, vE es la velocidad angular del epiciclo sobre el deferente, y vP es la velocidad angular del planeta sobre el epiciclo. Ptolomeo estudió en detalle esta

relación en el *Almagesto* (cfr. PTOLOMEO, *Almagest*, en TOOMER, G. *Ptolemy's Almagest* (Trad. de G. Toomer, 27-659), Princeton University Press, Princeton, 1984, 555).

⁹ SWERDLOW, N. M., "An Essay on Thomas Kuhn's First Scientific Revolution: The Copernican Revolution" (64-120), en *Proceedings of the American Philosophical Society*, 148(1), 2004, p. 84.

¹⁰ COPÉRNICO, N., *On the Revolutions* (Trad. de E. Rosen), John Hopkins University Press, Baltimore, 1992.

¹¹ "[...] las [teorías planetarias] más aceptadas, expuestas por Ptolomeo y los demás astrónomos, aunque consistentes con los datos numéricos, parecían también mostrar una dificultad no pequeña. Pues estas teorías no era adecuadas excepto si se suponían ciertos círculos ecuantos, que hacían que el planeta pareciera moverse con velocidad uniforme en todo momento desde un lugar que ni era [el centro de] su esfera deferente ni su propio centro [el del epiciclo]. Esta clase de noción ni parecía suficientemente absoluta, ni suficiente para la mente. Así, conociendo éstos [defectos], muchas veces consideré si no sería quizá posible encontrar un conjunto de círculos más razonable, a partir del cual toda irregularidad aparente pudiera ser derivada mientras que todo se moviera uniformemente, como es exigido por la regla del movimiento perfecto", COPÉRNICO, N. (1973). *Commentariolus*, en SWERDLOW, N., "The Derivation and First Draft of Copernicus's Planetary Theory: A Translation of the Commentariolus with Commentary" (423-512), *Proceedings of the American Philosophical Society*, 117(6), 1973, 434-435 (la traducción de la cita es propia). La preocupación inicial de Copérnico, entonces, parece haber estado más ligada a las dificultades que presentaba el punto ecuante. El cambio heliocéntrico pudo habersele presentado como una solución geométrica más satisfactoria en el curso de las investigaciones para solucionar este problema. Cfr. SWERDLOW, op. cit.

¹² EUCLIDES, *Elementos*. (Trad. de M. L. Puerta Castaños), Ed. Gredos, Madrid, 1991, III, 8.

¹³ KEPLER, J., *Astronomia Nova*. (Trad. de W. H. Donahue), Green Lion Press, Santa Fe, 2015, 212.

¹⁴ KEPLER, J., "The Harmony of the World", en *Memories of the American Philosophical Society* (Trad. de E. J. Aiton, A. M. Duncan y J. V. Field), vol. 209, 1997, 411 y ss.