ESTUDIOS

Anales del Seminario de **Historia de la Filosofía**
e-ISSN 1988-2564

EDICIONES COMPLUTENSE

https://dx.doi.org/10.5209/ashf.68281

Infinitos y filosofía natural en Leibniz (1672-1676)[1]

Oscar M. Esquisabel[2] y Federico Raffo Quintana[3]

Recibido: 10/03/2020 / Aceptado: 17/06/2020

Resumen. En este trabajo abordaremos los aspectos teóricos del modo en el que Leibniz pensó las cantidades infinitamente pequeñas e infinitas en el marco de su filosofía natural del período parisino (1672-1676). Sostenemos que en los escritos de este período se encuentra un intento de problematización de los conceptos de la matemática infinitaria cuya falta se percibe en los escritos estrictamente matemáticos. En esta perspectiva, proponemos también la idea de que existe en Leibniz un "doble registro" metodológico en lo que respecta a la cuestión de lo infinito y lo infinitesimal. Como matemático, Leibniz se preocupa por las cuestiones técnicas relativas a la construcción del cálculo infinitesimal, en sus diversos aspectos, sin preocuparse por los desafíos filosóficos que implican su adopción. En cambio, como filósofo y metafísico, Leibniz se ve obligado a abordar los problemas epistemológicos y ontológicos que resultan de la adopción de los recursos técnicos en materia de matemática infinitesimal.
Palabras clave: infinitos; infinitamente pequeños; filosofía natural; indivisibles; mínimos.

[en] Infinities and natural philosophy in Leibniz (1672-1676)

Abstract. In this paper, we will consider the theoretical aspects of Leibniz's thought on infinitely small and infinite quantities in the context of the natural philosophy developed by him in the Parisian period (1672-1676). We will hold that in the texts of this period an attempt of problematizing concepts of infinitary mathematics is found, which is not in the strictly mathematical texts. In this perspective, we also propose that there is in Leibniz a "double methodological record" concerning the question of the infinity and of the infinitesimal. As a mathematician, Leibniz is concerned about technical questions related to the construction of the infinitesimal calculus, in its different aspects, without be concerned about the philosophical challenges its adoption implies. However, as a philosopher and a metaphysician, Leibniz is obliged to deal with epistemological and ontological problems that emerge from the adoption of technical resources in matters of infinitesimal mathematics.
Keywords: infinities; infinitely small; natural philosophy; indivisibles; minima.

Cómo citar: Esquisabel, O. M. y Raffo Quintana, F. (2020): Infinitos y filosofía natural en Leibniz (1672-1676), en *Revista Anales del Seminario de Historia de la Filosofía* 37 (3), 425-435.

1. Introducción e hipótesis de trabajo

En este trabajo nos proponemos abordar algunos aspectos teóricos de la manera en que Leibniz consideró las cantidades infinitas e infinitesimales en sus reflexiones sobre filosofía natural, como contracara de la introducción que ha hecho de ellos, como ficciones útiles, en el contexto del abordaje de problemas matemáticos. Nos centraremos en las primeras fases del desarrollo de su matemática infinitaria, lo cual tiene lugar en lo fundamental entre los años 1672 y 1676. En este sentido, nuestra preocupación se focaliza en la cuestión de si en

[1] Trabajo realizado en el marco de los proyectos "La Ciencia General de Leibniz como fundamentación de las ciencias: lógica, ontología y filosofía natural" (ANPCyT PICT-2017-0506) y "Resultados de imposibilidad en geometría: perspectivas históricas y semánticas" (ANPCyT PICT-2017-0443).
[2] (CEFHIC UNQ-CONICET / UCA).
omesqui@fibertel.com.ar
http://orcid.org/0000-0001-5767-1903
[3] (CEFHIC UNQ-CONICET / UCA)
federq@gmail.com
http://orcid.org/0000-0002-3883-3345

Leibniz podemos encontrar una fundamentación teórica para la introducción de conceptos de la matemática infinitaria, en el sentido de si hay en la naturaleza algo que corresponda a estos conceptos, o si, más bien, su adopción obedece más que nada a una exigencia de la práctica matemática, orientada a la formulación de métodos eficientes y generales de resolución "demostrativa" (en algún sentido de la palabra) de problemas matemáticos que involucren la consideración del infinito.

Como trataremos de mostrar, el caso leibniziano es especialmente complejo, ya que, en lo que respecta a la matemática infinitaria, las cuestiones metodológicas prevalecen por sobre los aspectos relativos a la fundamentación conceptual en sentido estrictamente matemático, al menos durante el período de formación de los conceptos y métodos fundamentales de la matemática infinita leibniziana, que es, precisamente, el que hemos señalado. Ello no significa de ningún modo que no podamos señalar consideraciones teóricas que tematicen las nociones centrales del cálculo infinitesimal en el dominio de la matemática. Al respecto, el primer tratado leibniziano sobre la suma de series infinitas[4] y su escrito sobre la cuadratura aritmética del círculo[5] constituyen un buen ejemplo de ello; no obstante, con la excepción de estas obras, las reflexiones leibnizianas sobre los conceptos infinitarios adoptan un carácter más bien ontológico o metafísico, antes que de naturaleza estrictamente matemática.

En otras palabras, cuando Leibniz aborda la cuestión teórica de las nociones infinitarias, al menos durante el período que estamos analizando, su preocupación central apunta fundamentalmente a determinar si en el mundo real o actual pueden existir o no objetos infinitarios, tales como lo son las cantidades infinitamente pequeñas, las cantidades infinitas o el número infinito. En cambio, en la mayoría de los casos, se observa en los escritos matemáticos del período dedicados a la matemática infinitesimal una escasa o nula preocupación por realizar una elucidación rigurosa de los conceptos infinitarios con el objetivo de fundamentar la introducción en el tratamiento y la resolución de problemas matemáticos. De esta forma, la cuestión ontológica es relativamente independiente de los motivos que aporta para la introducción de las nociones infinitarias en el cuerpo de la ciencia matemática y que son de carácter más bien técnico y pragmático. Así, los análisis de Leibniz apuntan de manera preponderante a exhibir los problemas ontológicos que se suscitan al asignar a las nociones infinitarias un contenido existencial (la aparición de paradojas y contradicciones, por ejemplo), antes que a proporcionar un fundamento teórico sólido para su uso dentro de la matemática. Como trataremos de mostrar, la serie de problemas conceptuales que implica la admisión de la existencia de entidades infinitarias en la realidad natural culmina, finalmente, en la adopción de un enfoque ficcionalista respecto de ellas. En cualquier caso, Leibniz sigue la tendencia de la práctica matemática de la época, de acuerdo con la cual se privilegia la utilización de nociones infinitarias de modo heurístico, relegando, al mismo tiempo, la exigencia de demostraciones "rigurosas" a un segundo plano. Despunta, en este caso, un nuevo sentido del concepto de "demostración".

Desde este punto de vista, si examinamos el cuerpo de escritos redactados por Leibniz durante los años que residió en París (1672-1676), se pone de manifiesto que las matemáticas fueron el ámbito de trabajo que atrajo su atención de manera preponderante. Naturalmente, esto no es casual, pues, como Leibniz mismo confiesa, más allá de los motivos formales que lo llevaron a esta ciudad y que le permitieron permanecer allí durante tantos años, su interés personal por formarse en el dominio de la matemática fue la razón que lo retuvo todo ese tiempo en Francia.[6] Esta situación se hace todavía más clara si se compara su labor matemática con su producción filosófica durante ese mismo período. Mientras que el conjunto de escritos filosóficos, agrupados en el tercer volumen de la sexta serie de la edición de las obras de Leibniz de la Academia (A VI 3) suma un total de alrededor de 700 páginas, los escritos matemáticos que dentro de este período abordan temas de matemática infinita o anejos a ella abarcan cinco volúmenes (A VII 3, 4, 5, 6 y 7; del último volumen aún no disponemos de la edición final), totalizando aproximadamente 3500 páginas (sin contar el ingente intercambio epistolar que Leibniz mantuvo sobre estas cuestiones con los matemáticos de la época).[7] Esta primacía de los escritos matemáticos por sobre las reflexiones filosóficas trasluce también el modo como Leibniz abordó las cuestiones matemáticas mismas. En efecto, en estos escritos priman los desarrollos técnicos sin preocuparse en sentido estricto por proporcionar una fundamentación teórica o conceptual de los procedimientos allí exhibidos, no sólo en el sentido más riguroso de una formulación axiomático-deductiva, por ejemplo, sino en el sentido más laxo de una fundamentación sistemática que justifique la introducción de nociones infinitarias, como puede ser el de cantidades infinitamente pequeñas. Ello no significa que en dichos escritos no se encuentren dispersas reflexiones esporádicas acerca de estas cuestiones, pero son más bien incidentales y tienen lugar de manera más bien marginal.

Por señalar un ejemplo general que grafica lo que aquí decimos, en los volúmenes A VII 4 y 5 vemos que Leibniz busca desarrollar un algoritmo para resolver problemas infinitarios tales como hallar las tangentes y cuadraturas de diversos tipos de curvas, para lo cual va forjando, de manera progresiva y esforzada, la notación y las reglas de operación con cantidades infinitesimales.

[4] Leibniz, G. W. *Sämtliche Schriften und Briefe*. Akademie-Verlag. Serie II, tomo 1, 1923 y ss., pp. 342-356. De aquí en más citado como A, seguido de la serie (en números romanos), del tomo (en números arábigos) y del número de página; Leibniz, G. W. "Introducción a la aritmética de los infinitos (1672)" (comentario introductorio y traducción de Federico Raffo Quintana). En: *Notae Philosophicae Scientiae Formalis*, 3/1, 2014, pp. 47-69.

[5] A VII 6, 520-676; de aquí en más, DQA.

[6] A II 1, 490.

[7] Así, por ejemplo, el vol. VII 3 (1672-1676) está dedicado al tratamiento de las diferencias, sucesiones y series, los vols. A VII 4 (1670-1673) y A VII 5 (1674-1676) contienen los primeros escritos de cálculo infinitesimal, el vol. VII 6 (1673-1676) está dedicado a los trabajos sobre la cuadratura aritmética del círculo y el vol. A VII 7 (sólo en edición previa) contiene los trabajos leibnizianos sobre ecuaciones, curvas y el método de la universalidad, que constituía un método general para el tratamiento algebraico de todo tipo de construcciones geométricas.

No obstante, más allá del trabajo de construcción de un algoritmo que dé resultados coherentes (es decir, tal que se eliminen los resultados absurdos), no se encuentra en dichos escritos una preocupación teórica por dar una fundamentación filosófica del cálculo infinitesimal, de la introducción de cantidades infinitesimales (que se traduce en la notación diferencial y sumatoria o integral) y en general de la validez del uso de infinitos e infinitamente pequeños en la matemática.[8]

Esto no implica que Leibniz no haya dado o, al menos, intentado dar fundamentos para los procedimientos que desarrolló, sino solamente que no los hallaremos en los escritos matemáticos, salvo contadas excepciones, como lo es el tratado ya mencionado sobre la cuadratura del círculo. Si examinamos, por su parte, los escritos filosóficos redactados en el mismo tiempo, encontraremos reflexiones sobre la naturaleza del infinito y de lo infinitamente pequeño, en general en el contexto del examen del problema de la composición del continuo y, en particular, en el marco de sus reflexiones sobre filosofía natural, acerca de la constitución del cuerpo, la materia y el movimiento.[9]

Ciertamente, el problema del continuo en conexión con la filosofía natural leibniziana ha sido objeto de diversos trabajos en los últimos años. Cabe señalar, por ejemplo, los de O. B. Bassler,[10] R. Arthur[11] y S. Levey.[12] En esta misma línea de investigación se encuentra el trabajo desarrollado por uno de los autores del presente artículo.[13] No obstante, nuestra intención actual no es proseguir esta línea de investigación; antes bien, de acuerdo con nuestras consideraciones introductorias, nos proponemos rastrear en los escritos filosóficos del período de París los fundamentos teóricos y conceptuales que eventualmente desembocan en la concepción ficcional sobre lo infinito y lo infinitamente pequeño en matemática. Para ello, analizaremos con particular atención una serie de escritos de carácter preponderantemente filosófico, que Leibniz compuso prácticamente en forma simultánea con sus investigaciones matemáticas parisinas sobre el infinito, una selección de los cuales hemos traducido y publicado recientemente con el título de *Sobre los infinitos*.[14] Nuestro enfoque consiste en defender la tesis de que dichos escritos filosóficos, contenidos en el volumen A VI 3, contienen al menos un intento de problematización de los conceptos de la matemática infinitaria cuya falta se percibe en los escritos estrictamente matemáticos. En esta perspectiva, proponemos también la idea de que existe en Leibniz un "doble registro" metodológico en lo que respecta a la cuestión de lo infinito y lo infinitesimal. Como matemático, Leibniz se preocupa fundamentalmente por las cuestiones técnicas relativas a la construcción del cálculo infinitesimal, en sus diversos aspectos, sin preocuparse por los desafíos filosóficos que implican su adopción. En cambio, como filósofo y metafísico, Leibniz se ve obligado a abordar los problemas epistemológicos y ontológicos que resultan de la adopción de los recursos técnicos en materia de matemática infinitesimal. Del mismo modo, este doble registro nos proporciona una guía metodológica para abordar la cuestión del fundamento de la introducción de los conceptos infinitarios.

De este doble registro que adopta conscientemente Leibniz nos brindan un excelente testimonio los siguientes pasajes, redactados ambos en 1676, con apenas unos pocos meses de diferencia, el primero de los cuales pertenece a los escritos matemáticos, mientras que el segundo se encuentra en los escritos filosóficos:

> [1] En cambio, denomino infinita una cantidad, ya sea terminada o interminada, siempre que entendamos que es mayor que cualquier cantidad que podamos asignar, es decir, que sea numéricamente designable. Ahora bien, es una cuestión reservada al metafísico discurrir acerca de si la naturaleza de las cosas tolera esta clase de cantidades. Al geómetra le basta demostrar qué es lo que se sigue de suponer cosas tales.[15]
> [2] Yo sin duda admitiría estos espacios y tiempos infinitamente pequeños en Geometría, por el bien de la invención, aunque fueran imaginarios. Pero me pregunto si acaso pueden ser admitidos en la naturaleza. En efecto, de allí parecen originarse líneas rectas

8 Entre la ingente cantidad de textos destacamos en orden cronológico los siguientes, que en su mayor parte constituyen borradores y apuntes, muchos de ellos incompletos: *Methodus nova investigandi tangentes*, A VII 4, 657-ss. (1673)*; Analysis tetragonistica ex centrobarycis*, A VII 5, 263 (1675); *Methodi tangentium inversae exempla*, A VII 5, 321 (1675); *Methodus tangentium inversa*, A VII 5, 598 (1676); *Elementa calculi novi pro differentialis et summis*, Leibniz, G. W. *Historia et origo calculi differentialis* (C. I. Gerhardt, ed.). Hahn, 1846, pp. 32-38; Gerhardt, C. I. *Die Entdeckung der höheren Analysis*. Schmidt, 1855, p. 149-155.

9 Para un tratamiento metafísico del problema de la composición del continuo y de la matemática infinitesimal, ver Orio de Miguel, Bernardino. *Crítica de la razón simbólica*. Granada, Comares, esp. caps. IV y V. Asimismo, pueden verse los trabajos de Kasahara Barrientos, Javier. "El continuo en Leibniz y su concepción del infinito actual". En: Sánchez Rodríguez, Manuel y Rodero Cilleros, Sergio (eds.). *Leibniz en la filosofía y la ciencia modernas*. Granada, Comares, pp. 135-147; y Delgado Fernández, Héctor. "Infinito y continuo en la obra de Leibniz". En: Nicolás Marín, Juan Antonio y otros (eds.). *La monadología a debate/ The Monadology to Debate*, Granada, Comares, 2016, pp. 37-46.

10 Bassler, Otto Bradley. *Labyrinthus de Compositione Continui: The Origins of Leibniz's Solution to the Continuum Problem* (tesis doctoral). University of Chicago, 1995. Bassler, Otto Bradley. "The Leibnizian Continuum in 1671". *Studia Leibnitiana*, 30/1, pp. 1998, pp. 1-23. Bassler, Otto Bradley. "Leibniz on Indefinite as Infinite". *The Review of Metaphysics*, 51/4, 1998, pp. 849-874. Bassler, Otto Bradley. "Motion and Mind in Balance: The Transformation of Leibniz's Early Philosophy". *Studia Leibnitiana*, 34/2, 2002. pp. 221-231.

11 Arthur, Richard T. W. "Leibniz on continuity". *PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, 1, 1986, pp. 107-115. Arthur, Richard T. W. "Cohesion, Division, and Harmony: Physical Aspects of Leibniz's Continuum Problem (1671-1686)". *Perspectives on Science*, 6/1-2, 1998, pp. 110-135. Arthur, Richard. "Leibniz's Actual Infinite in Relation to His Analysis of Matter". en: Goethe, Norma, Beeley, Philip y Rabouin, David. *G. W. Leibniz, interrelations between Mathematics and Philosophy*. Springer, 2015, pp. 137-156. Arthur, Richard T.W. *Monads, Composition, and Force. Ariadnean Threads Through Leibniz's Labyrinth*, Oxford University Press, 2018.

12 Levey, Samuel. "Leibniz on Mathematics and the Actually Infinite Division of Matter". *The Philosophical Review*, 107/1, 1998, pp. 49-96. Levey, Samuel. "Matter and Two Concepts of Continuity in Leibniz", *Philosophical Studies*, 94, 1999, pp. 81-118. Levey, Samuel. "The Interval of Motion in Leibniz's Pacidius Philalethi". *Nous*, 37, 2003, pp. 371-416.

13 Raffo Quintana, Federico. *Continuo e infinito en el pensamiento leibniziano de juventud*, Granada. Comares, 2019.

14 Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Sobre los Infinitos* (prólogo, selección, traducción y notas de Oscar Esquisabel y Federico Raffo Quintana), Buenos Aires, Excursus - Centro de Investigaciones Filosóficas, 2019.

15 A VII 6, 549, nota.

infinitas terminadas por ambos lados, como mostraré en otra parte, lo cual es absurdo. Además, ya que pueden asumirse al infinito otras cosas infinitamente pequeñas aún menores que otras, nuevamente no puede ofrecerse una razón de por qué se asumen unas más que otras; pero nada sucede sin razón.[16]

Como vemos, el texto [1], que pertenece a los escritos matemáticos, muestra que, en el contexto del tratamiento de problemas matemáticos, son prescindibles los problemas relativos a si existe fácticamente una cantidad infinita o no. No obstante, el texto [2], que forma parte de los escritos filosóficos, más bien destaca que pueden darse argumentos mediante los cuales se niegue la existencia de infinitos e infinitamente pequeños en la naturaleza, con prescindencia de la cuestión acerca de la utilidad que puedan tener en matemática.

Con el objeto de seguir la pista del registro "metafísico" de la cuestión, estructuraremos el examen de los fundamentos filosóficos enmarcados en la filosofía natural del período parisino de Leibniz de esta manera: en primer lugar, buscaremos dilucidar el concepto de lo indivisible, que tuvo una importancia fundamental en algunos escritos tempranos de Leibniz sobre el movimiento y que, como veremos, luego fue reemplazado por el de lo infinitamente pequeño. En segundo lugar, ahondaremos en las concepciones físicas y metafísicas que subyacen a los planteos iniciales del autor acerca de la existencia actual de cosas infinitamente pequeñas. Como veremos, el marco conceptual físico y metafísico dentro del cual Leibniz aborda la cuestión de lo infinito y de lo infinitesimal excede el campo puramente matemático. En tercer lugar, veremos que, a finales del período parisino, al mismo tiempo que desde el punto de vista matemático Leibniz concibió los conceptos infinitarios como ficciones útiles, presentó argumentos desde el punto de vista de la filosofía natural que muestran que la afirmación de la existencia de infinitos terminados o de infinitamente pequeños en la naturaleza da lugar a paradojas y va en contra de principios estructurales del mundo natural tal como, por ejemplo, el principio de razón suficiente.

2. Indivisibles, mínimos y su rechazo

Desde el punto de vista matemático, uno de los resultados más significativos de Leibniz durante su estadía en París ha sido la propuesta de un método riguroso de prueba para la cuadratura de curvas, que se desarrolla en la Proposición 6 del tratado sobre la cuadratura aritmética del círculo al que nos hemos referido antes. La idea central de dicho método radica en que la diferencia entre dos cantidades puede hacerse siempre menor que cualquiera dada.[17] Desde el punto de vista de los procedimientos matemáticos, este método contrasta con quienes aceptan una especie de 'atomismo geométrico', en el sentido de que las figuras geométricas están compuestas por partes mínimas o indivisibles. En efecto, la posibilidad de hacer la diferencia cada vez menor tendría un límite precisamente en las partes últimas. Una concepción de este tipo fue defendida, por ejemplo, por Galileo, para quien el continuo se compone de infinitos indivisibles.[18]

Así, el problema de los indivisibles se presenta en Leibniz en relación con la cuestión de la composición del continuo, donde, en principio, no se distingue entre el aspecto puramente matemático y el físico. Ciertamente, la relación entre indivisibles y mínimos en Leibniz no es una cuestión sencilla, dado que muestra vacilaciones. Sea como fuere, la cuestión de la relación entre indivisibles, mínimos y la composición del continuo es lo suficientemente compleja como para que no la abordemos aquí, aunque trataremos de reseñar algunos hitos fundamentales, en referencia con la introducción de cantidades infinitesimales.

En materia matemática, hay testimonios concretos de que Leibniz apeló a los indivisibles en escritos muy tempranos.[19] No obstante, su aplicación más relevante y sistemática tiene lugar en la *Theoria motus abstracti* de 1670/1671, un ensayo de filosofía natural en el que, entre muchas otras cosas, Leibniz distinguió claramente entre mínimos e indivisibles, aunque no es completamente claro que sostenga que el continuo se componga de estos últimos.[20] En efecto, en esta obra Leibniz rechaza que el continuo esté compuesto por mínimos, al tiempo que sostiene que los indivisibles son los *comienzos* y *términos* de los cuerpos y los movimientos.[21]

---

16 A VI 3, 564-565.

17 No nos detendremos en esta oportunidad a examinar el método de Leibniz; para ello, véase Knobloch, Eberhard. "Leibniz's Rigorous Foundation of Infinitesimal Geometry by Means of Riemannian Sums". *Synthese*, 133, 2002, pp. 60-73; Rabouin, David. "Leibniz's Rigorous Foundations of the Method of indivisibles". En: Jullien, Vincent (ed.). *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited*. Birkäuser, 2015, pp. 347-364; Esquisabel, Oscar M. "Analogías e invención matemática en Leibniz. El caso de la matemática infinitesimal". En: Arroyo, Gustavo y Sisto, Martín (comp.). *La lógica de la analogía. Perspectivas actuales sobre el rol de las analogías en ciencia y en filosofía*. Malvinas Argentinas, Universidad Nacional de General Sarmiento, en prensa (2019).

18 No ahondaremos en esta concepción; al respecto, véase Jullien, Vincent. "Indivisibles in the Work of Galileo". En: Jullien, Vincent (ed.). *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited*, Birkäuser, 2015, pp. 89-96; y Levey, Samuel. "Comparability of Infinities and Infinite Multitude in Galileo and Leibniz". En: Goethe, Norma, Beeley, Philip y Rabouin, David. *G. W. Leibniz, interrelations between Mathematics and Philosophy*, Springer, 2015, pp. 157-187.

19 A VII 4 57-58. Cfr. Probst, Sigmund. "Indivisibles and Infinitesimals in Early Mathematical Texts". En: Goldenbaum, Ursula y Jesseph, Douglas (eds.). *Infinitesimal Differences. Controversies between Leibniz and his Contemporaries*. Walter de Gruyter, 2008, pp. 95-106.

20 Argumentan a favor de una composición de indivisibles Arthur, Richard T. W. "Actual Infinitesimals in Leibniz's Early Thought". En: Kulstad, Mark, Laerke, Mogens y Snyder, David (eds.). *The Philosophy of the Young Leibniz*. Franz Steiner Verlag, 2009, pp. 11-28; Beeley, Philip. "Leibniz, Philosopher Mathematician and Mathematical Philosopher". En: Goethe, Norma, Beeley, Philip y Rabouin, David. *G. W. Leibniz, interrelations between Mathematics and Philosophy*. Springer, 2015, pp. 23-48; mientras que sostienen que Leibniz no argumentó a favor de tal composición Raffo Quintana, Federico. "La infinitud actual de partes del continuo en la *Theoria motus abstracti* de Leibniz". *Thémata. Revista de Filosofía*, 53, 2016, pp. 289-310 y Arthur, Richard T. W. *Monads, Composition, and Force…,* esp. 181-182, revisando, en esta ocasión, su concepción previa.

21 TMA, A VI 2, 264-265; cf. Raffo Quintana, Federico. "La infinitud actual de partes del continuo en la *Theoria motus abstracti* de Leibniz"…; Raffo Quintana, Federico. *Continuo e infinito en el pensamiento leibniziano de juventud*. Granada, Comares, 2019, pp. 18-30.

No obstante, en *De minimo et maximo. De corporibus et mentibus* de 1672, parece dar un paso más, al identificar los mínimos con los indivisibles y sostener que no se dan 'mínimos o indivisibles'. Así, señala, por ejemplo, que "no se da lo mínimo o indivisible en el espacio y el cuerpo"[22] y que "no se da lo mínimo o indivisible en el tiempo y el movimiento".[23] No es nuestra intención detenernos en detalle en los argumentos utilizados para justificar esta concepción, por lo que sintetizaremos su estrategia general. En pocas palabras, uno de ellos es un argumento por reducción al absurdo que apela al método de la diagonalización.[24] Su conclusión es que, si admitiéramos que el continuo se compone de indivisibles, algo estaría compuesto de ellos y al mismo tiempo no lo estaría, lo que implica una contradicción.[25]

Ahora bien, el rechazo de la existencia de indivisibles es una cuestión compleja, ya que hay que determinar a qué clase de indivisibles se está refiriendo Leibniz. En efecto, en la época de la redacción de este escrito hay tres clases de indivisibles que Leibniz puede tener en mente. En primer lugar, los indivisibles aparecen, como hemos anticipado, en la *Theoria motus abstracti*.[26] Un segundo concepto de indivisible parece conectarse, aunque de un modo algo confuso, con el método de los indivisibles introducido por Cavalieri. En tercer lugar, Leibniz hace referencia al concepto galileano de indivisible, tal como aparece, por ejemplo, en los *Discorsi*. Pasaremos revista a cada uno de estas clases de indivisibles.

Para retomar ideas esbozadas un poco antes, la admisión de los indivisibles se presenta en la sección de los fundamentos predemostrables de la *Theoria motus abstracti*, en los que se presentan los conceptos básicos de la composición del continuo. Podemos resumirlos, sucintamente, en los siguientes puntos:

(1) en el continuo (es decir, en el espacio, el cuerpo, el tiempo y el movimiento) hay partes actuales;

(2) las partes actuales son infinitas;

(3) en el continuo no hay mínimos, es decir, algo que carezca de magnitud o partes (lo que, desde una perspectiva geométrica, implica que el continuo no se compone de puntos euclidianos, es decir, sin partes);

(4) en el continuo hay extremos, es decir, comienzos y finales, indivisibles, esto es, inextensos.[27]

(5) los puntos,[28] que son los extremos indivisibles del espacio y el cuerpo, son definidos como aquello cuya magnitud es inasignable, es decir, menor que la que pueda darse;

(6) hay puntos (indivisibles geométricos) y conatos (indivisibles del movimiento) mayores que otros, aunque los instantes (indivisibles del tiempo) son iguales entre sí.[29]

Es destacable que ya en la TMA Leibniz identifique sus indivisibles con los indivisibles cavalierianos.[30] No obstante, no es completamente claro cuánto conocía en ese momento del célebre método de los indivisible de Cavalieri, así como tampoco es claro que los indivisibles de TMA sean realmente los que aplica Cavalieri para obtener la cuadratura de figuras.[31]

En tercer lugar, Leibniz leyó en 1672 los *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze* de Galileo, quien sostiene, entre otras cosas, que el continuo se compone de un número infinito de indivisibles, sobre la base –podríamos decir– de algunas condiciones: primero, que dicho número infinito de partes no se equipara con ningún número finito, segundo, que los indivisibles deben concebirse como carentes de cantidad y, tercero, que los atributos de 'mayor', 'menor' e 'igual', que valen en lo finito, son incorrectamente aplicados tratándose de lo infinito.[32] Leibniz dejó notas de la lectura de esta obra de Galileo texto *Extractos y comentarios al Primer Diálogo de Galileo*.[33]

Sea de ello lo que fuere, en *De minimo et maximo*, Leibniz parece haber cambiado de manera *aparentemente* radical el punto de vista respecto de la tesis sostenida en la *Theoria motus abstracti*, pues emplea los conceptos de 'mínimo' e 'indivisible' como equivalentes y argumenta que no se dan en el continuo. Así, en principio surge la impresión de que hubo un cambio completo de enfoque que lo llevó a identificar esta vez lo mínimo con lo indivisible. Sin embargo, aunque Leibniz no lo diga explícitamente, parecería que, en el paso de la concepción de la *Theoria motus abstracti* a las tesis del presente escrito, tuvo especial importancia la obra de Galileo mencionada anteriormente. Por esa razón, sostenemos

---

22 A VI 3, 97.

23 A VI 3, 98.

24 A VI 3 97-98.

25 Por lo demás, esta interpretación se opone a la lectura según la cual el argumento de Leibniz radicaría en que una composición del continuo por medio de indivisibles negaría el axioma según el cual el todo es mayor que la parte. Por ejemplo: Brown, Gregory. "Who's Afraid of Infinite Number?". *The Leibniz Review*, 8, 1998, pp. 113-125; Brown, Gregory. "Leibniz on Wholes, Unities, and Infinite Number". *The Leibniz Review*, 10, 2000, pp. 21-51; Levey, Samuel. "Leibniz on Mathematics and the Actually Infinite Division of Matter". pp. 61-62; Lison, Elad. "The Philosophical Assumptions Underlying Leibniz's Use of the Diagonal Paradox in 1672". *Studia Leibnitiana*, 38/2, 2006, p. 199, entre otros.

26 A VI 2, 268-276; OFC 8, 74-95.

27 Sin duda, puede resultar paradójico que se niegue la extensión del indivisible, aunque no se rechace que carezca de magnitud. Sin embargo, el indivisible no carece de magnitud, sino que ella es inasignable. Hay aquí una anticipación de un concepto infinitesimal.

28 En principio, se identifican estos puntos (no euclidianos) con los indivisibles.

29 Para una visión más desarrollada de la concepción de TMA, véase Raffo Quintana, Federico. "La infinitud actual de partes del continuo en la *Theoria motus abstracti* de Leibniz"…

30 A VI 2, 265.

31 Cavalieri, Bonaventura. *Geometria indivisibilibus continuorum quadam nova ratione promota*. 1653. Sobre este método: Andersen, Kirsti. "Cavalieri's Method of Indivisibles", *Archive for History of Exact Sciences*, 31/4, 1985, pp. 291-367; Andersen, Kirsti. "The Method of the Indivisibles: Changing Understandings". *Studia Leibnitiana*, *Sonderheft 14*, 1986, pp. 14-25 y Andersen, Kirsti, Giusti, Enrico y Jullien, Vincent. "Cavalieri's Indivisibles". En: Jullien, Vincent (ed.). *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited*. Birkäuser, 2015, pp. 31-55.

32 Galilei, Galileo. *Le opere di Galileo Galilei*. Edizione Nazionale, 1898, pp. 67-96.

33 A VI 3, 168; para los cuestionamientos que Leibniz hizo a la concepción de Galileo, véase Fazio, Rodolfo E. "La crítica de Leibniz a los números infinitos y su repercusión en la metafísica de los cuerpos". En: *Theoria*, 31/2, 2016, pp. 164- 169 y Esquisabel, Oscar M. y Raffo Quintana, Federico. "Leibniz in Paris: a discussion concerning the infinite number of all units". En: *Revista Portuguesa de Filosofía*, 73/3-4, 2017 pp. 1319-1342.

que antes que abandonar completamente sus ideas de la TMA, en *De minimo et maximo* el objetivo principal de Leibniz es argumentar contra las concepciones de Galileo acerca de lo indivisible. En este sentido, el mínimo o indivisible que Leibniz combate aquí corresponde más a la concepción de Galileo que a la del indivisible de la TMA, que está mucho más próxima a la de un concepto infinitesimal, si bien existen también importantes diferencias entre ambos: en efecto, el indivisible de TMA es inextenso, mientras que el infinitesimal de *De minimo et maximo* no lo es. Por otra parte, como veremos, mientras que Leibniz presenta un enfoque "estático" de los indivisibles, los infinitamente pequeños de *De minimo et maximo* se abordan desde una perspectiva claramente cinemática, mediante la cual se le confiere un estatus real a las cantidades infinitamente pequeñas. Del mismo modo, el análisis del fundamento de esta realidad conduce a Leibniz al terreno de la metafísica. Analicemos primeramente las conexiones entre la realidad de las cantidades infinitamente pequeñas y su fundamento en el movimiento.[34]

3. Una fundamentación cinemática de lo infinitamente pequeño

Precisamente, lo realmente importante de *De minimo et maximo* es que el rechazo de la existencia de mínimos o indivisibles está acompañado por la introducción de cantidades infinitamente pequeñas en la composición del continuo, caracterizadas como cosas "infinitamente menores que cualquier cosa sensible dada".[35] Es también extremadamente llamativo que no sólo la caracterización de las cantidades infinitamente pequeñas, sino también el argumento que sustenta su introducción, coincide en puntos importantes con las explicaciones que Leibniz proporciona en TMA. En efecto, también en esta obra el indivisible (o 'punto') es concebido como aquello cuya magnitud es "menor que cualquiera que pueda darse".[36] Del mismo modo, el argumento mediante el cual se introducen las cantidades infinitamente pequeñas es similar al de los indivisibles en TMA. Sin embargo, en *De minimo et maximo*, el cambio de enfoque parece ser la introducción de consideraciones cinemáticas en la generación de las formas geométricas, cosa que parece estar ausente en TMA. De esta forma, partiendo de que una línea representa la trayectoria o huella de un móvil que ya realizó el movimiento total, se pregunta por su inicio, esto es, la primera parte de ella (y, en consecuencia, del movimiento), concluyendo que tal inicio tiene que ser una línea infinitamente pequeña.

La suposición inicial, a saber, que la línea fue pensada como la traza o huella dejada por un movimiento ya realizado, es fundamental, pues implica que la línea tuvo un inicio. Asimismo, implica que hay una correspondencia entre una parte del movimiento y una parte del espacio. En síntesis, el argumento discurre de la manera siguiente: supóngase una línea finita *ab* como la trayectoria de un movimiento. Como ese movimiento tiene un inicio, a dicho inicio le corresponde una trayectoria finita, que denominamos *ac*, y así sucesivamente. La aplicación recursiva de este razonamiento concluye que el inicio mismo del movimiento tiene que estar asociado a una trayectoria o línea infinitamente pequeña. En palabras de Leibniz, "el inicio de la línea, es decir, lo que se recorrería con el inicio del movimiento, es infinitamente pequeño".[37]

Como vemos, lo infinitamente pequeño no es algo mínimo o indivisible, cuya existencia fue rechazada por un argumento anterior. Sin embargo, los indivisibles de TMA no parecen ser los mismos que Leibniz rechaza en *De minimo et maximo* y, al mismo tiempo, parecen tener puntos de contacto con las cantidades infinitamente pequeñas que se introducen ahora. Cabe entonces preguntar cuál es la diferencia entre ambas nociones. En primer lugar, sostenemos, la diferencia está dada por el enfoque cinemático. Los indivisibles de TMA parecen ser entidades geométricas estáticas, mientras que las cantidades infinitamente pequeñas de *De minimo et maximo* están generadas por un movimiento. Sin embargo, la diferencia más importante es que, mientras que los indivisibles de TMA parecen ser, de algún modo, cantidades fijas, las cantidades infinitamente pequeñas de *De minimo et maximo* no lo son, en el sentido de que se admiten infinitamente pequeños de diferentes órdenes. Dicho de otro modo, no son absolutamente pequeños, es decir, menores que los cuales nada puede darse, como habían sido concebidos los indivisibles. Más bien, podríamos decir que hay infinitamente pequeños de manera relativa, es decir, que hay cantidades infinitamente pequeñas en relación con otras cantidades infinitamente pequeñas, en escalas de dimensiones cada vez menores. De esta manera, resulta una concepción "telescópica" de lo infinitamente pequeño: suponiendo que toda cosa pueda amplificarse hasta hacerse visible, lo infinitamente pequeño es lo que nunca puede hacerse sensible, con cualquier grado de amplificación. Pensado de un modo cinemático, esto es, como inicio del movimiento, lo infinitamente pequeño es lo que recorre el conato (o inicio) del movimiento. Este punto de vista muestra claramente la necesidad de admitir la posibilidad de infinitamente pequeños de diferentes "dimensiones". En efecto, dada la correlación entre movimiento y espacio, un movimiento más veloz que otro genera infinitamente pequeños mayores que otros.[38] Dado su carácter relacional, no es contradictorio que Leibniz sostenga, en consecuencia, que una cosa infinitamente pequeña puede ser menor que otra, e incluso, infinitamente menor (ya volveremos sobre esto).

La concepción anterior obliga a Leibniz a pensar una nueva forma de entender las entidades geométricas. Así, un punto es ahora pensado como lo que tiene un largo, un ancho y una profundidad infinitamente menores que cualquier cosa sensible dada, una línea finita como lo que tiene un ancho y una profundad infinitamente menor

[34] Para el paso de una concepción realista de los infinitesimales a una visión ficcionalista, ver también Arthur, Richard T. W. "Actual Infinitesimals in Leibniz's Early Thought"…, pp. 11-28.
[35] A VI 3, 98.
[36] A VI 2 265
[37] A VI 3, 99. Cfr. Breger, Herbert. *Kontinuum, Analysis, Informales-Beiträge zur Mathematik und Philosophie von Leibniz*. Springer, 2016, p. 120.
[38] A VI 3 100.

que cualquiera sensible dada y una superficie como lo que tiene una profundidad, nuevamente, infinitamente menor que cualquiera sensible dada.[39] Observemos que las definiciones dadas implican que cada una de estas entidades es dimensional con lo que compone, en el sentido, por ejemplo, de que un punto puede componer una línea porque es homogénea con ella en lo que respecta a sus tres dimensiones, ya sean finitas o infinitamente pequeñas. Teniendo en cuenta que estamos a las puertas del desarrollo de los métodos infinitesimales, que se basan en la infinitización de las formas geométricas (líneas infinitesimales para las rectas, polígonos infinitángulos para las curvas, rectángulos de bases infinitesimales para las superficies y paralelepípedos de profundidad infinitesimal para los volúmenes), la explicación anterior introduce una razón por la cual puede decirse que hay fundamentos de la geometría que descansan en la filosofía natural, en la medida en que una línea es concebida con el trayecto de un movimiento en abstracto.

4. Cinemática y metafísica: movimiento, cuerpos y mentes

No obstante, la concepción de Leibniz es aún más radical: por un lado, como veremos, porque hay una especie de identidad entre el movimiento, el espacio y el cuerpo, en la medida en que no se da uno sin el otro; por otro lado, porque sin mentes, los cuerpos no serían nada. De la conjunción de estas dos tesis de Leibniz resulta una conexión entre la cuestión de las mentes con la del movimiento y, en consecuencia, las cantidades infinitesimales. Detengámonos en estas consideraciones.

En lo que respecta a la primera tesis, Leibniz arriba a la concepción de que no hay espacios sin cuerpos ni cuerpos sin movimiento como consecuencia de un examen acerca del modo en que el movimiento forma parte de la constitución del cuerpo. Si movimiento y cuerpo no se identificaran, es decir, si fueran cosas distintas, la primera parte de un cuerpo o de un espacio no sería concebida en correspondencia con la primera parte del movimiento, o bien, en otras palabras, no sería concebida de modo cinemático, sino estático o abstracto, como indicamos anteriormente. Para que haya inicio del cuerpo en sentido espacial y físico, el cuerpo tiene que estar dotado de movimiento y, por tanto, de un inicio de movimiento o conato. Por tanto, el inicio de un cuerpo es, verdaderamente, el inicio de su movimiento o conato. Además, la materia no es una entidad diferente del movimiento mismo. Esta conclusión se extrae mediante un argumento por reducción al absurdo: si la materia fuese diferente del movimiento, estaríamos obligados a admitir indivisibles, cuya existencia fue rechazada:

> De aquí se sigue que en el cuerpo no hay una materia distinta del movimiento. En efecto, [*si hubiese una materia distinta del movimiento*][40] necesariamente contendría indivisibles. Por esa razón, mucho menos [se debe sostener que] el espacio es distinto de la materia. Finalmente, de aquí se entiende que ser cuerpo no es otra cosa que moverse.[41]

Como se observa, el movimiento juega un rol capital en las explicaciones de Leibniz. Ahora bien, especialmente por tener esta importancia fundacional, la cuestión acerca de qué es movimiento se torna decisiva.

Esta consideración nos conduce a la segunda tesis. En efecto, Leibniz no acepta la concepción cartesiana del movimiento como un cambio de lugar o, mejor dicho, como la traslación desde la proximidad de un cuerpo a la de otro,[42] puesto que encuentra en ella una petición de principio: definimos el movimiento por el cuerpo, pero el cuerpo no puede definirse sin el movimiento, sin el cual el cuerpo mismo sería imposible. Así, tenemos, por un lado, que el cuerpo no puede formar parte de la definición de movimiento y que el movimiento tampoco puede ser definido por referencia al cambio de espacio. La conclusión implica un salto:

> Por lo tanto, al fin y al cabo, ¿qué [diremos que son] en verdad el cuerpo y el movimiento, de manera que evitemos la circularidad? ¿Qué, sino ser sentidos por alguna mente?[43]

Así, ser cuerpo y movimiento es ser sentido por una mente. Ahora bien, Leibniz no está pensando aquí en las mentes individuales, esto es, las mentes que, a su decir, experimentamos en nosotros, las mentes que sentimos.[44] Las mentes de este tipo se ven afectadas por el cuerpo, lo que implica, al menos, que hay algo de pasivo y, en esa medida, el movimiento las afecta. En consecuencia, ninguna mente finita es el fundamento de existencia de los cuerpos. Esta situación no cambia si consideramos no ya una mente finita de manera aislada, sino el conjunto de las mentes de este tipo, esto es, su agregado: si una mente finita no constituye la existencia del cuerpo, tampoco lo hará el agregado de las mentes finitas. En este punto, Leibniz parece ofrecer un argumento entimemático: si extrapolamos el argumento que vale para cada mente, de forma tal que se aplique a todas las mentes conjuntamente, se sigue que tiene que existir una mente que perciba las cosas, aunque se supriman todas las mentes particulares.[45] Ahora bien, una mente de esta naturaleza no tiene que estar afectada por el cuerpo, lo que implica que no hay pasividad en ella, sino que tiene que ser absoluta o universal, de modo tal que coordine todos los movimientos y, de esa manera, lo activo y lo pasivo en cada una de las mentes finitas. En suma, para que haya un fundamento de la existencia del cuerpo y, por ello, del movimiento, tiene que haber una mente infinita que sea puramente activa y que no tenga nada de pasivo. Se trata entonces de la mente divina, que coordina la totalidad de los movimientos, de los cuerpos y de las mentes finitas.

[39] A VI 3, 99.
[40] Este añadido es nuestro, para aclarar el sentido del contrafáctico.
[41] A VI 3, 100.
[42] Descartes, R. *Œuvres de Descartes* (ed. Ch. Adam y P. Tannery). Vrin, 1964–1974, vol. VIII, pp. 53-54.
[43] A VI 3, 100.
[44] A VI 3, 100.
[45] Para esto, Robinet, André. *Architectonique disjonctive automates systémiques et idéalité transcendantale dans l'œuvre de G. W. Leibniz*. Vrin, 1986, pp. 164 y ss.

Sinteticemos el hilo del razonamiento de Leibniz: una línea infinitamente pequeña es el inicio de una línea sensible. Dado que hay una correspondencia entre la línea y un movimiento, la línea infinitamente pequeña se corresponde con un conato. Ahora bien, el inicio del movimiento es el inicio del cuerpo, puesto que ser cuerpo es estar en movimiento, y la existencia de los cuerpos se debe a que sean sentidos por la mente divina. Como vemos, en este caso la concepción de Leibniz provee una fundamentación que es filosóficamente mucho más profunda que, por ejemplo, la que señalamos en la sección anterior. El movimiento es, de alguna manera, el eje que conecta y articula la geometría, la física y la metafísica.

5. Líneas infinitas terminadas, infinitamente pequeños y filosofía natural

En las secciones anteriores de este trabajo hemos mostrado que, desde el punto de vista matemático, Leibniz enfatiza que las cuestiones relativas a la existencia de cantidades infinitas e infinitamente pequeñas no son relevantes para los geómetras. El escolio de la Proposición 11 de DQA, que hemos citado anteriormente, al final de la introducción (cita 1), es una muestra de esto. Con el mismo espíritu, en el escolio de la Proposición 23, Leibniz señala: "No importa si acaso tales cantidades existen en la naturaleza de las cosas; en efecto, alcanza con introducir una ficción (…)".[46] De acuerdo con nuestra hipótesis, en los escritos filosóficos se encuentran reflexiones que, de alguna manera, funcionan como la otra cara de la cuestión. En efecto, en ellos Leibniz aborda las paradojas que implicaría la existencia de infinitos e infinitamente pequeños en la naturaleza, más allá de la utilidad que pueda tener su suposición para los matemáticos. Esto se observa, por ejemplo, en el texto [2] de la introducción, en el que Leibniz destaca, respecto de los infinitesimales, que, más allá de la utilidad que tienen para la invención, hay razones que hacen dudar acerca de si pueden admitirse en la naturaleza. Recordemos que, en ese escrito, Leibniz sugiere, por un lado, que se siguen absurdos de admitir líneas infinitas terminadas, así como también que la admisión de cosas infinitamente pequeñas iría en contra de la idea de que nada ocurre en la naturaleza sin una razón (esto es, en contra del principio que posteriormente se conocerá como Principio de Razón Suficiente). En esta sección buscaremos desarrollar estos argumentos que Leibniz sugiere en orden a mostrar que es imposible admitir la existencia de cantidades infinitas e infinitamente pequeñas en la realidad. Como veremos, son argumentos esbozados en el contexto de la filosofía natural con claras consecuencias ontológicas o metafísicas.

5.1. Líneas infinitas terminadas

A pesar de que en los textos filosóficos redactados por Leibniz en 1676 podemos encontrar numerosas reflexiones en torno de líneas infinitas, las consideraciones en las que aborda de manera directa la cuestión de las líneas infinitas *terminadas* son relativamente escasas. Más bien, el interés de Leibniz parece haber estado puesto en examinar las líneas interminadas, o bien, más en general, extensiones interminadas. Probablemente, la razón de esto sea que, para Leibniz, de las extensiones interminadas no se siguen contradicciones, por lo que pueden demostrarse acerca de ellas algunas proposiciones.[47] Así, por ejemplo, puede demostrarse que rectas interminadas que no sean paralelas entre sí tienen un punto en común, o bien puede examinarse si hay un punto medio en una recta interminada por ambos lados y, en consecuencia, si lo hay en un plano en el que se trazan muchas líneas interminadas que se cortan en un punto, entre otras cuestiones.[48] Ahora bien, a pesar de ello, Leibniz parece conectar la cuestión de las líneas infinitas terminadas por ambos lados con algunas paradojas del tiempo. Como mostraremos, las paradojas que Leibniz observa en estos casos se siguen de concebir líneas temporales infinitas que, no obstante, tengan un comienzo y un final.

En *De arcanis sublimium vel de summa rerum*, redactado en febrero de 1676, Leibniz señaló algunas cosas sobre el infinito que se seguirían si se admitiera la existencia de infinitamente pequeños. Así, por ejemplo, se seguiría que alguien que haya vivido desde hace infinitos años, habría comenzado a vivir en algún momento, del mismo modo que alguien que llegue a vivir un número infinito de años vaya a morir en algún momento.[49] En la misma línea, en *De mente, de universo, de Deo*, señala que, si hubiera una línea máxima, habría un punto medio del universo y, por lo tanto, también un punto medio de la eternidad, lo que podría llevarnos a preguntar a qué distancia temporal estamos de él, pues podría estar a un tiempo infinito del ahora, del mismo modo que el centro del universo podría distar por el espacio de una línea infinita. Asimismo, si hubiera un punto medio de la eternidad, en algún momento podría decirse que Dios ha atravesado la mitad de su vida.[50] En conexión con estas reflexiones, en otro texto de febrero de 1676, *De infinito observatio notabilis*, Leibniz describe otras paradojas del tiempo y la eternidad de este modo:

> He aquí una observación notable sobre el infinito: dado que hay un infinito mayor que otro infinito, ¿no se daría una cosa más eterna que otra? Pues, por ejemplo, una cosa puede existir antes de cualquier tiempo imaginable y sin embargo desde la eternidad, pues su tiempo no sería infinito absolutamente sino solamente en relación con nosotros. Por consiguiente, hubo un tiempo en el que no existía, aunque este tiempo dista infinitamente de la actualidad; así como una línea infinitamente pequeña está en relación con un punto.[51]

El argumento del texto puede reformularse de este modo. Supongamos que hay dos tiempos infinitos, uno

[46] A VII 6, 585-586.

[47] A VI 3, 489.
[48] A VI 3, 485-489; 499-501.
[49] A VI 3, 475.
[50] A VI 3, 464.
[51] A VI 3, 481.

infinitamente mayor que el otro, y que nuestra secuencia temporal es la menor. Supongamos a su vez que algo comenzó a existir en el tiempo mayor. De aquí se sigue que la cosa en cuestión, en relación con nosotros, existió antes que todo tiempo concebible (es decir, el nuestro), desde toda la eternidad (porque su tiempo infinito es mayor y, por eso, para nosotros es una eternidad, aunque haya comenzado a existir) y que hubo un tiempo infinito en el que no existió (porque comenzó a existir), pero ese momento dista infinitamente de nosotros, en la actualidad. El ejemplo de la línea infinitamente pequeña y el punto busca graficar la misma oposición: un punto sería algo infinitamente menor que una línea infinitamente pequeña, de manera análoga a como en el ejemplo anterior el tiempo mayor es infinitamente distante respecto de nuestro tiempo.

Ahora bien, aunque, como vimos antes, en el *Pacidius Philalethi* Leibniz se mostró convencido del carácter absurdo de las líneas infinitas terminadas, lo cierto es que, en estos escritos de los meses previos a dicho texto, la actitud de Leibniz parece haber sido otra. Así, por ejemplo, tras exhibir las paradojas del tiempo en *De arcanis sublimium vel de summa rerum*, Leibniz añadió: "Puesto que vemos que la hipótesis de los infinitos y de los infinitamente pequeños es preclaramente concordante y es exitosa en la geometría, esto también aumenta la posibilidad de que sea verdadera".[52] Sea de ello lo que fuere, es claro que la actitud manifestada en el *Pacidius Philalethi* fue más bien definitiva en la concepción de Leibniz. Una prueba de esto es que, más de veinte años más tarde, Leibniz retomó los mismos ejemplos en su correspondencia a Joh. Bernoulli, como puede verse en la siguiente carta de junio de 1698:

> (…) si establecemos líneas reales infinitamente pequeñas, se seguiría de ello que habrían de establecerse también rectas terminadas por ambas partes, que, sin embargo, serían respecto de nuestras rectas ordinarias como el infinito es a lo finito; y puesto esto se seguiría que existe en el espacio un punto al cual jamás se podría llegar en un tiempo asignable mediante un movimiento constante; igualmente habría que concebir un tiempo terminado por ambas partes, que, sin embargo, sería infinito de manera que se daría, por así decirlo, como una especie de eternidad terminada; o podría uno vivir sin que jamás fuera posible asignársele para morir un número terminado de años y, sin embargo, alguna vez se moriría; por eso, a menos que me vea obligado por demostraciones incontestables, yo no me atrevo a admitir todo esto.[53]

Quizás valga la pena resaltar la última parte del texto. En efecto, tanto en los textos finales del período parisino como en esta carta a Bernoulli, Leibniz se inclina por rechazar que haya infinitos terminados, aunque no parece que lo haga por hallar formalmente una contradicción, en el sentido estricto de la palabra. Más bien, parece que, como su existencia conlleva ciertas situaciones paradojales y absurdas, es conveniente no aceptarlas, aun cuando se deje abierta la posibilidad de que se exhiban demostraciones muy sólidas sobre estas cuestiones, como se sugiere en el último texto. Si tenemos en cuenta las concepciones de Leibniz del período parisino, quizás pueda decirse que las líneas infinitas terminadas, aunque no sean imposibles por esencia, esto es, por implicar una contradicción, son imposibles por existencia, es decir, por ser 'incompatibles para Dios', de modo que no hay, ni hubo ni habrá una línea tal. Como señala Leibniz: "Todo lo que necesariamente es incompatible, es imposible".[54]

5.2. Infinitamente pequeños y el Principio de Razón Suficiente

La actitud de Leibniz frente a la existencia de los infinitamente pequeños durante el último tiempo del período que pasó en París sufrió una variación similar a la que señalamos antes respecto de las líneas infinitas terminadas. Para comenzar, a cierta altura de su estancia en París, Leibniz parece haber vacilado acerca de la realidad de las cantidades infinitesimales e infinitamente grandes e, incluso, acerca de la existencia de mínimos. Él ámbito de discusión en la que se hace manifiesta dicha vacilación es, nuevamente, la filosofía natural. En efecto, en *De arcanis sublimium vel de summa rerum*, texto al que nos hemos referido anteriormente, Leibniz parece defender, al menos de manera conjetural, la existencia de cuerpos infinitamente pequeños e incluso de mínimos, a partir de argumentos basados en la naturaleza de la materia:

> Parece seguirse del sólido en lo líquido que la materia perfectamente fluida no es otra cosa que una multitud de puntos infinitos, es decir, de cuerpos menores que aquellos que pueden asignarse (…). Eventualmente, de todo esto se sigue que la materia se encuentra dividida en puntos perfectos, es decir, en todas las partes en las que pueda dividirse.[55]

En cualquier caso, se trata de una consecuencia conjetural, que debe ser indagada más a fondo, según expresiones de Leibniz en ese mismo texto.[56] No obstante, de la existencia de estos infinitamente pequeños se seguirían "cosas admirables". Así, por ejemplo, observa que podríamos imaginarnos (*fingantur*) criaturas infinitamente más pequeñas que nosotros, de manera que nosotros seamos infinitos en comparación con ellas. Del mismo modo, con el mismo derecho, podríamos imaginarnos a nosotros mismos como infinitamente pequeños, dice Leibniz, "en comparación con otro mundo, que posea una magnitud infinita y que, sin embargo, sea terminado".[57] Esta serie de consecuencias conjeturales a partir de la existencia de infinitamente pequeños culmina con un remate optimista acerca de la realidad probable de las cantidades infinitamente pequeñas: en efecto,

---

52 A VI 3, 475.

53 Leibniz, G. W. *Leibnizen Mathematische Schriften* (C. I. Gerhardt ed.). Ascher & Comp; H.W. Schmidt, 1849-1863, pp. 499-500.

54 A VI 3, 463-464.

55 A VI 3 473.

56 A VI 3, 474 y 475.

57 A VI 3, 475.

como vimos antes, el hecho de que la hipótesis acerca de ellas tenga éxito en la geometría "aumenta la probabilidad de que sea verdadera".[58]

No obstante, la actitud de Leibniz es vacilante, puesto que en otros escritos, sopesa argumentos en contra de la existencia de cantidades infinitamente pequeñas (al menos en cuanto implica la aceptación de mínimos[59]). Sea de ello lo que fuere, en escritos de finales de 1676 y en especial en el diálogo *Pacidius Philalethi*, dicha hesitación parece haber llegado a su fin, puesto que Leibniz asume una actitud más bien contraria a la aceptación de la existencia de lo infinitamente pequeño, basándose para ello en el principio de razón suficiente. Al parecer, el núcleo de la argumentación puede encontrarse en la cita 2 de la introducción, a la cual ya nos hemos referido anteriormente. En efecto, recordemos que Leibniz está dispuesto a admitir cantidades infinitamente pequeñas a los fines de la invención, pero alberga dudas acerca de que puedan existir realmente en la naturaleza, dado que se seguiría de ello la existencia de líneas infinitas terminadas. No obstante, una razón adicional para rechazar su existencia radica en que constituiría una transgresión del principio de razón suficiente:

> Además, ya que pueden asumirse al infinito otras cosas infinitamente pequeñas aún menores que otras, nuevamente no puede ofrecerse una razón de por qué se asumen unas más que otras; pero nada sucede sin razón.[60]

Leibniz no desarrolla de manera completa la forma en que se aplica el principio de razón suficiente al caso de la existencia de cosas infinitamente pequeñas. Aparentemente, una reconstrucción general del argumento podría consistir en sostener que no hay una razón para detenernos en cantidades infinitamente pequeñas *últimas*, es decir, tales que, aunque estén dotadas de una dimensión, sean más pequeñas que cualquier otra cantidad. En cierta forma, una conclusión semejante contradiría la tesis de que hay infinitos mundos en mundos, puesto que habría que admitir que hay un mundo infinitamente pequeño contenido en cualquier otro mundo. Es posible que sea así, aunque Leibniz no es muy explícito acerca de esta manera de argumentar. Por el contrario, sostenemos que en el *Pacidius Philalethi* Leibniz construye un argumento basado en el movimiento que apunta de manera más directa a mostrar que la introducción de cantidades reales infinitamente pequeñas carece de justificación. El centro del argumento consiste en sostener que, si no hay razón para admitir una propiedad en determinadas situaciones, tampoco la hay para admitirla en situaciones estructuralmente semejantes (análogas) a las primeras. Además, debemos partir de la hipótesis según la cual el movimiento de un cuerpo está constituido por saltos infinitamente pequeños entre una posición y la siguiente.[61] No analizaremos aquí la cuestión de si esta concepción del movimiento, que implica un acto de aniquilación y de creación, no constituye una petición de principio al sostener que el salto implica distancia entre las posiciones.

Sea de ello lo que fuere, el argumento puede resumirse así: como hay una proporcionalidad entre lo grande y lo pequeño, es incongruente decir que una propiedad o relación se cumple en unos casos, pero no en otro, basándose pura y exclusivamente en el tamaño. Como veremos, este argumento se basa en propiedades estructurales al menos en el período parisino.

Así, por ejemplo, Leibniz argumenta que, si no estamos dispuestos a admitir que hay saltos en el movimiento de los cuerpos macroscópicos, tampoco los deberíamos admitir en hipotéticos corpúsculos diminutos en comparación con nosotros. En efecto, si dijéramos que en unos corpúsculos tales hay saltos, se seguirían situaciones absurdas, como, por ejemplo, que uno de estos corpúsculos llegaría de un extremo de una línea al otro extremo, por más pequeña que sea concebida la línea, sin transitar por los puntos intermedios. Puesto que las cuestiones de magnitud son relativas, mientras que las propiedades estructurales son permanentes, tal cosa equivaldría, de manera análoga, en otra escala de tamaño, al hecho de que un cuerpo macroscópico para nosotros se trasladara desde su locación hasta Roma sin transitar por el espacio que media.[62] En consecuencia, Leibniz concibe que, si no hay una razón para afirmar saltos en nuestra escala de magnitud, tampoco hay para afirmarlos en la escala de los corpúsculos, pues lo grande y lo pequeño son análogos en sus propiedades estructurales, o, dicho de otro modo, porque la grandeza o la pequeñez no son propiedades absolutas, sino que son relativas y, en cierta medida, imaginarias. En efecto, en un texto redactado un año y medio más tarde que el *Pacidius Philalethi*, Leibniz señala que nociones como grande y pequeño, así como también rico, pobre, calor, frío y otras semejantes, son 'nociones imaginarias', es decir, nociones que, tomadas en términos absolutos, son "vagas, imaginarias, ciertamente falsas, es decir, que no tienen ninguna idea".[63] Esto se debe a que no son nociones de cosas que están fuera de nosotros, sino nociones cuya esencia es que nos parezcan (*apparere nos*). A pesar de ello, con las nociones imaginarias, aunque sean falsas, podemos formular proposiciones verdaderas, con tal que sean proposiciones *comparativas*, es decir, que no enuncien de modo absoluto.

En consecuencia, si nos imagináramos que los corpúsculos a los que nos referíamos antes son racionales y que piensan sobre esta misma cuestión, deberíamos decir que argumentarían de la misma manera en que lo hacemos nosotros, a saber, dirían, por ejemplo, que en su escala de tamaño no se perciben saltos, por lo que, si los hubiera, los tendrían cuerpos diminutos en comparación con ellos. En otras palabras, no hay razón para afirmar que una propiedad o relación estructuralmente homogénea, como lo es el recorrido de una distancia en un salto, se da en una escala de grandeza o pequeñez, pero no en otra. La conclusión que Leibniz extrae está

[58] A VI 3, 475.
[59] A VI 3, 512.
[60] A VI 3, 564-565.
[61] A VI 3, 559-560 y 564.
[62] A VI 3, 560.
[63] A VI 4, 69.

claramente conectada con el siguiente pasaje a propósito de los infinitamente pequeños:

> Pero ya que otras cosas cuanto se quiera menores podrían argumentar de la misma manera, es evidente que estos saltos siempre podrían llevarse hacia cosas cada vez menores y no podrían colocarse en ningún lugar en la naturaleza de las cosas.[64]

El carácter estructural de esta argumentación se observa, por ejemplo, en que, además de utilizarla para justificar que no hay saltos ni cosas infinitamente pequeñas, también recurre a ella para rechazar átomos en la naturaleza: en efecto, con el mismo argumento, puede decirse que sería incongruente admitir un cuerpo que no permita una nueva subdivisión.[65] En otras palabras, no habría razón para aceptarlo. En última instancia, lo que justifica el carácter estructural del argumento es el hecho de que la grandeza y la pequeñez no son propiedades absolutas, esto es, como dice Leibniz no afectan en la nada a la cosa.[66] Como vemos, el argumento estructural de Leibniz se funda en el principio según el cual "el sapientísimo autor de todas las cosas no hace nada sin razón".[67]

Para finalizar, observemos que, si nuestra lectura es correcta, el tipo de imposibilidad que corresponde a las cosas infinitamente pequeñas es el mismo que el que corresponde a las líneas infinitas terminadas, de acuerdo con lo que señalamos en la sección anterior. En efecto, no son imposibles por ser contradictorias (es decir, imposibles por esencia), sino más bien porque su existencia sería para Dios incompatible, precisamente porque él no hace nada sin razón.

6. Consideraciones finales

Como hemos visto, más allá de las motivaciones técnicas que pudo haber tenido Leibniz como matemático para la introducción de conceptos infinitarios en la resolución de problemas de matemática infinita, lo cierto es que, desde un registro filosófico, hay una serie de consideraciones que han impactado directamente en sus abordajes acerca de si se dan o no en la realidad física cosas infinitas e infinitamente pequeñas. En este sentido, en este trabajo hemos puesto de manifiesto el doble registro metodológico sobre lo infinito y lo infinitamente pequeño, por medio de un examen de las implicancias que esto trae en la filosofía natural leibniziana del período parisino. Para finalizar, sinteticemos las conclusiones parciales que hemos ido extrayendo a lo largo de este trabajo.

Las argumentaciones esgrimidas por Leibniz en DMM a favor de infinitesimales actuales incluyen razonamientos con los que rechaza los indivisibles, según la caracterización de Galileo de esta noción. Los infinitamente pequeños fueron presentados por Leibniz en DMM en una perspectiva cinemática, esto es, como generados por un movimiento. Así, por ejemplo, si se toma una línea sensible como la traza dejada por un movimiento ya realizado, la primera parte de esa línea, es decir, lo recorrido en el inicio del movimiento, sería una línea infinitamente pequeña. Este enfoque cinemático revela que el fundamento de lo infinitamente pequeño está de alguna manera en el movimiento, lo que tiene consecuencias físicas y metafísicas significativas. En primer lugar, implica que no hay espacio sin cuerpos ni cuerpo sin movimiento. En efecto, si se dijera lo contrario, no podría establecerse una correspondencia entre la primera parte de un espacio, un movimiento y un cuerpo, de lo que se infieren consecuencias contrarias a las extraídas desde una perspectiva cinemática. No obstante, si no hay espacio sin cuerpos ni cuerpo sin movimiento, puede argumentarse que el inicio de una línea sensible se corresponde con la primera parte recorrida por el movimiento de cuerpo. En segundo lugar, como una consecuencia de ello, implica que ser cuerpo y movimiento es ser sentido por la mente divina. Con esta tesis, Leibniz pretende dar razón de la existencia de los cuerpos y del movimiento en una mente completamente activa.

Ahora bien, en los años siguientes Leibniz se alejó de una concepción actualista de los infinitamente pequeños, señalando que hay argumentos con los que podría mostrarse que es imposible que se den en la realidad. Algo análogo ha dicho a propósito de las líneas infinitas terminadas. En efecto, de admitir la existencia de cantidades infinitas terminadas se seguirían situaciones absurdas y paradojales, y de la de cantidades infinitamente pequeñas se siguen consecuencias contrarias a principios de orden natural. Al tratar estas cuestiones hemos sugerido al pasar, sin detenernos en ello, que el tipo de imposibilidad que le corresponde a las líneas infinitas terminadas y a los infinitamente pequeños no parece ser una imposibilidad en el sentido pleno de la expresión, esto es, la imposibilidad de lo que es contradictorio. Si bien es claro que para Leibniz hay algunas cosas infinitas que son contradictorias, como el número infinito de todas las unidades, no es claro que todas ellas lo sean. En otras palabras, hemos mostrado que para Leibniz dichas cantidades (los infinitamente pequeños, líneas infinitas terminadas, etc.) no tienen lugar en la naturaleza, de modo que en algún sentido son imposibles, aunque esto no absolutamente, pues no son nociones contradictorias. En este sentido, podemos señalar, como posible camino de una investigación futura, la importancia de indagar en la distinción entre un sentido estricto o absoluto de imposibilidad (es imposible lo que implica una contradicción) y un sentido amplio o por accidente (lo que no fue, ni es ni será, por ser incompatible con principios de orden natural), para la fundamentación filosófica del carácter no real de los infinitesimales, en tanto que su existencia, aunque no sea imposible absolutamente, es no obstante imposible en algún sentido de la palabra.

---

[64] A VI 3, 560-561.
[65] A VI 3, 561.
[66] A VI 3, 560.
[67] A VI 3, 561.